

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

Marcelo Gomes de Paoli

**EFEITOS DA EXISTÊNCIA DA FASE MISTA EM ESTRELAS DE  
NÊUTRONS HÍBRIDAS**

Florianópolis(SC)

2010



Marcelo Gomes de Paoli

**EFEITOS DA EXISTÊNCIA DA FASE MISTA EM ESTRELAS DE  
NÊUTRONS HÍBRIDAS**

Dissertação submetido ao Programa de Pós  
Graduação em Física para a obtenção do  
Grau de Mestre em Física.

Orientadora: Profa. Dra. Débora Peres  
Menezes

Florianópolis(SC)

2010



Marcelo Gomes de Paoli

**EFEITOS DA EXISTÊNCIA DA FASE MISTA EM ESTRELAS DE  
NÊUTRONS HÍBRIDAS**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Física”, e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós Graduação em Física.

Florianópolis(SC), 21 de setembro 2010.

---

Prof. Dr. Roberto Cid Fernandes Jr.  
Coordenador

**Banca Examinadora:**

---

Profa. Dra. Débora Peres Menezes  
Orientadora

---

Prof. Dr. Emerson José Veloso de Passos



À Viviane





## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à Professora Dra. Débora Peres Menezes, pela dedicação, atenção, apoio e motivação. Obrigado por fazer-me acreditar na minha escolha.

Ao Professor Dr. Roberto Cid Fernandes, por acreditar no meu potencial desde os tempos de aluno da graduação.

Meus sinceros agradecimentos também a todos os professores que me acompanharam até aqui, aos colegas Marcelo Dallagnol Alloy e Ian Jordy Lopez Diaz, por compartilharem conhecimento e por toda a ajuda prestada, aos amigos Renan Cunha de Oliveira e Victor Alexandre Veit Schmachtenberg, pelo companheirismo de sempre.

Aos senhores Jeel La Chewangalanaye e Dia Mwalaybelmbe, pelo suporte pessoal.

À Viviane, por estar ao meu lado incondicionalmente, por acreditar em cada passo, por incentivar-me e ajudar a construir em mim o ser humano que finalmente eu desejei ser.

Ao Alvaro, pela descontração, paciência e por estimular-me cada vez mais a ser bem-sucedido como profissional e como pessoa.

Agradeço também aos meus pais pelo carinho e a todos da família que incentivaram minhas escolhas e decisões diante do desafio de estudar e fazer ciência.



## RESUMO

Investigamos a estrutura de estrelas híbridas levando em conta duas construções diferentes. Uma é baseada na condição de Gibbs para a coexistência de fases e considera a existência de uma fase mista para as densidades intermediárias, entre as densidades onde a matéria é composta por hádrons e as densidades onde a matéria é composta por quarks, a outra, é baseada na construção de Maxwell, e não possui fase mista. Neste trabalho a fase de hádrons é descrita pelo modelo de Walecka não-linear (WNL) e a fase de quarks pelo modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL). Concluimos que os resultados da matéria estelar macroscópica são dependentes do modelo, mas, não são significativamente diferentes para as duas construções.

**Palavras-chave:** Estrelas Híbridas. Fase Mista. Modelo de NJL.



## ABSTRACT

We investigate the structure of hybrid stars based on two different constructions. One is based on the Gibbs condition for phase coexistence and considers the existence of a mixed phase at intermediate stellar densities, between the density where matter is composed of hadrons and the density where matter is composed of quarks, the other is based on the Maxwell construction, and no mixed phase is obtained. In this work the hadron phase is described by the non-linear Walecka (NLW) model and the quark phase by the Nambu-Jona-Lasinio (NJL) model. We conclude that the macroscopic stellar matter results are model dependent but not significantly different for both constructions.

**Keywords:** Hybrid Stars. Mixed Phase. NJL Model.



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	17
1.1 EXPLOSAÇÃO DE SUPERNOVA	17
1.2 ESTRELAS COMPACTAS	17
1.2.1 Protoestrela de Nêutrons	18
1.2.2 Estrelas de Nêutrons	18
1.3 EQUAÇÕES DE ESTADO	18
1.4 MOTIVAÇÃO	20
1.5 OBJETIVOS	21
<b>2 O MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR</b>	23
2.1 FORMALISMO	24
2.1.1 A Lagrangiana do Modelo de WNL	24
2.1.1.1 Aproximação de Campo Médio	25
2.1.2 Equações de Movimento	27
2.1.3 Potenciais Químicos	28
2.1.4 Equação de Estado	29
2.1.4.1 Tensor Energia-Momento	29
2.1.4.2 Densidade de Energia	29
2.1.4.3 Pressão	30
2.1.5 Octeto Bariônico	31
2.1.6 Parâmetros	32
2.2 INCLUSÃO DOS LÉPTONS	33
2.3 EQUAÇÕES DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF	34
2.4 MATÉRIA HADRÔNICA	35
2.4.1 Equilíbrio Químico	35
2.4.2 Neutralidade de Cargas Elétricas	36
2.4.3 Resultados	37
<b>3 O MODELO DE NAMBU-JONA-LASINIO</b>	41
3.1 FORMALISMO	41
3.1.1 A Lagrangiana do Modelo de NJL SU(3)	41
3.1.1.1 Aproximação de Campo Médio	42
3.1.2 Equações de Movimento	43
3.1.2.1 Equação de Gap	43
3.1.2.2 Densidade de Quarks	44
3.1.3 Potenciais Químicos	44
3.1.4 Equação de Estado	44
3.1.4.1 Tensor Energia-Momento	45
3.1.4.2 Densidade de Energia	45

3.1.4.3 Pressão .....	45
<b>3.1.5 O Modelo de NJL SU(2)</b> .....	45
<b>3.1.6 Quarks</b> .....	46
<b>3.1.7 Parâmetros</b> .....	46
3.2 MATÉRIA QUARKIÔNICAS .....	47
<b>3.2.1 Equilíbrio Químico</b> .....	48
<b>3.2.2 Neutralidade de Cargas Elétricas</b> .....	48
<b>3.2.3 Resultados</b> .....	48
<b>4 ESTRELAS HÍBRIDAS</b> .....	51
4.1 ESTRELAS HÍBRIDAS COM FASE MISTA .....	51
<b>4.1.1 Resultados</b> .....	52
4.2 ESTRELAS HÍBRIDAS SEM FASE MISTA .....	53
<b>4.2.1 Resultados</b> .....	53
4.3 DISCUSSÃO .....	54
<b>5 CONCLUSÃO</b> .....	61
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	63
<b>APÊNDICE A – Convenções</b> .....	69



## 1 INTRODUÇÃO

Entender os processos envolvidos na explosão de supernovas, na criação de objetos estelares compactos e em sua evolução temporal, requer um grande esforço multidisciplinar com investigações em áreas tão distintas como a física nuclear e de partículas, termodinâmica, teoria quântica de campos e astrofísica.

### 1.1 EXPLOSÃO DE SUPERNOVA

Quando uma estrela com massa entre 10 e 25  $M_{\odot}$  (massas solares), não é mais capaz de fundir matéria em seu núcleo de forma a liberar energia, e portanto não há nada que impeça o seu colapso gravitacional, a estrela passa por um processo catastrófico chamado de explosão de supernova. O remanescente de uma supernova é uma gigantesca nuvem de poeira, constituída das camadas mais externas da estrela que são expelidas na explosão, com um pequeno objeto compacto em seu interior, que é, na verdade, o antigo núcleo degenerado da estrela. Caso a massa do núcleo remanescente seja grande o suficiente (da ordem de  $\sim 1.4 M_{\odot}$ ) vamos ter o que é chamado de protoestrela de nêutrons. Uma protoestrela de nêutrons, é uma estrela de nêutrons que ainda possui neutrinos aprisionados em seu interior, e portanto apresenta uma temperatura elevada. Alguns poucos segundos após a explosão, a estrela tornar-se-á novamente transparente aos neutrinos, que irão embora, resfriando-a. O objeto resultante ao fim deste processo é uma estrela de nêutrons fria, degenerada e estável.

### 1.2 ESTRELAS COMPACTAS

Estrelas compactas, que estão divididas em dois grupos - estrelas de nêutrons e anãs brancas - são cinzas de estrelas luminosas. Este é o destino que aguarda os núcleos de muitas estrelas. Qualquer objeto que seja formado no fim da vida de uma estrela luminosa em particular, irá viver em muitos aspectos, imutável desde o momento em que foi criado. As estrelas de nêutrons podem tomar várias formas: estrela de híperons, estrela híbrida, estrela de quarks ou estrelas estranhas. Da mesma forma, anãs brancas tomam formas diferentes, com respeito a espécie nuclear dominante. Um buraco negro é o destino provável apenas para as estrelas mais massivas (acima de 25  $M_{\odot}$ ).

### 1.2.1 Protoestrela de Nêutrons

Estrelas de nêutrons evoluem de uma inicialmente quente protoestrela de nêutrons, cheia de neutrinos e fótons, formada do colapso de uma estrela massiva seguida da ejeção em uma supernova da maior parte da estrela progenitora. A energia levada pela ejeção é uma pequena fração, da ordem de por cento, da energia que será levada embora logo depois pelos neutrinos. A fonte da energia é a energia de ligação gravitacional da estrela de nêutrons (até 100 MeV por nucleon). Esta protoestrela de nêutrons inicial não é isotérmica e tem no interior temperaturas de várias dezenas de MeV ( $1 \text{ MeV} \sim 10^{10} \text{ K}$ ) e uma alta densidade, assim até mesmo os neutrinos tem um tempo de difusão longo comparado com a escala de tempo dinâmica do colapso. De fato, a maior parte dos neutrinos escapa em aproximadamente 10 s carregando quase toda a energia de ligação, em 20 s a temperatura cai rapidamente para 10 MeV em seu interior e apenas alguns MeV na superfície. Após isto, a estrela esfria por mais emissão de neutrinos, por raio-X e depois por emissão de fótons, levando alguns milhões de anos para cair a uma temperatura na superfície de  $10^5 \text{ K}$ , tornando-se o que conhecemos como estrela de nêutrons.

### 1.2.2 Estrelas de Nêutrons

Estrelas de nêutrons são as menores e mais densas estrelas conhecidas. O termo "estrela de nêutrons" é sugestivo e ao mesmo tempo enganador. Sem dúvida estrelas de nêutrons contém nêutrons em seu interior mas elas também podem conter outros bárions, como prótons e híperons e até mesmo podem conter núcleos de matéria quarkônica em alguns casos. Desde as baixas densidades de suas atmosferas até as altas densidades presentes em seus núcleos, a constituição destes objetos compactos é fonte de grande discussão na literatura [1-8]. Para as baixas densidades podemos ter prótons, nêutrons, elétrons e possivelmente neutrinos. Para as altas densidades a matéria estelar se torna muito mais complexa, podendo incluir híperons, kaons e até mesmo quarks desconfinados.

## 1.3 EQUAÇÕES DE ESTADO

Muitos trabalhos já foram realizados a respeito da construção de equações de estado para a descrição de objetos compactos [1,9]. Quando uma certa equação de estado é obtida, ela é utilizada como entrada para as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [10,11] cuja solução nos dá a estrutura

da estrela compacta, que é caracterizada por sua massa e raio. Uma equação de estado só pode ser considerada apropriada ou inapropriada quando nos baseamos em observações astronômicas. Porém, devido às dificuldades experimentais na medida da massa e do raio destes objetos compactos, muitas incertezas existem, apesar de alguns resultados observacionais serem conhecidos. Ainda é incerto, por exemplo, se as estrelas de nêutrons são compostas apenas por hádrons e léptons, necessários para assegurar o equilíbrio químico e a neutralidade de cargas [12-14], se são estrelas quarkiônicas [15,16], compostas por quarks desconfinados, ou mesmo se são estrelas híbridas, contendo ambas as matérias hadrônica e quarkiônica em seu interior [2-4]. Cada uma destas possibilidades é representada por uma grande variedade de modelos relativísticos e até mesmo não-relativísticos usados para construir as equações de estado.

Nos concentraremos na descrição das estrelas híbridas, as quais são fonte de intensa discussão na literatura [1-8,17-23]. A discussão presente em [7] é particularmente interessante porque a existência de estrelas de quarks mostrou-se questionável para os cálculos realizados (que dependem fortemente de uma parametrização específica). Contudo, é salientado que a possibilidade de uma população mista (ou híbrida) é compatível com os cálculos da nucleação de matéria quarkiônica dependente do modelo, o que reforça o interesse em cálculos de estrelas híbridas como objetos compactos. Cálculos recentes mostram a importância do mecanismo de nucleação em processos de transição de fase da matéria hadrônica para matéria quarkiônica [24,25].

Neste trabalho, a fase de hádrons é descrita pelo modelo de Walecka não-linear (WNL) [26] e a fase de quarks pelo modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) [27,28]. Duas construções diferentes são abordadas: uma com uma fase mista para as densidades intermediárias e outra sem fase mista, onde as fases de hádrons e de quarks ficam em contato direto. No primeiro caso o potencial químico do nêutron e do elétron são contínuos através da matéria estelar, que é a lei termodinâmica padrão para a coexistência de fases, conhecida como condição de Gibbs. No segundo caso, apenas o potencial químico do nêutron é imposto a ser contínuo e o potencial químico do elétron sofre uma descontinuidade. Esta condição de apenas um potencial químico ser contínuo para ambas as fases resulta da construção de Maxwell.

Em nossa aproximação ignoramos efeitos de superfície e de Coulomb para a estrutura da fase mista, assim os léptons estão sendo considerados como um gás de Fermi livre. Contudo, é válido notar que a densidade de energia na fase mista deve depender das contribuições eletromagnéticas e de superfície, conhecidas como efeitos de tamanho finito. Em [29-31] foi demonstrado que para uma tensão superficial fraca a equação de estado assemelha-se aquela obtida com a construção de Gibbs, enquanto para uma

tensão de superfície forte a equação de estado assemelha-se aquela obtida com a construção de Maxwell. As diferenças entre as estruturas estelares obtidas com ambas as construções são discutidas ao longo de todo o trabalho. Um calculo similar foi realizado em [31], aonde os efeitos das diferentes frações de léptons em protoestrela de nêutrons com neutrinos aprisionados é investigado. Embora o resultado para temperatura zero tenha sido apresentado também, sua validade quando forçamos o aprisionamento de neutrinos só é acadêmica porque o caminho livre médio dos neutrinos para  $T = 0$  é maior do que o raio da estrela de nêutrons. Enquanto em [31] nenhum híperon é incluído na fase hadrônica, em nosso trabalho eles são levados em conta para duas parametrizações do modelo de WNL assim a combinação com a versão SU(3) do modelo de NJL é consistente.

Iremos considerar também que nossas estrelas encontram-se a uma temperatura igual a zero. O argumento por trás desta aproximação é que, a temperatura da estrela cai em um curto período de tempo para menos de um MeV e isso é frio para a escala nuclear. Na verdade, esta energia térmica é muito menor que a energia de Fermi dos nucleons, então podemos considerar com boa aproximação, que as estrelas de nêutrons se encontram em uma temperatura igual a zero. Vamos desconsiderar também qualquer tipo de rotação que a estrela possa possuir. Estas aproximações são usuais na construção da equação de estado dos objetos compactos e tornam os cálculos dos modelos aqui utilizados muito mais simples.

## 1.4 MOTIVAÇÃO

A principal motivação para este trabalho é o fato de que muitos astrofísicos argumentam que a fase mista no interior das estrelas híbridas é apenas uma escolha hipotética que não pode ser testada. Além disso, alguns autores calcularam teoricamente quantidades macroscópicas como raio e massa para as estrelas híbridas com e sem fase mista e concluíram que a diferença não é significativa [32] ou que a região correspondente a fase mista hádrons-quarks é muito estreita [30,33]. Apesar de as equações de estado para as estrelas híbridas serem obtidas com diferentes combinações de modelos para as fases de hádrons e de quarks, todas as discussões a respeito do uso da construção de Gibbs ou de Maxwell, foram baseadas no modelo de sacola do MIT para a descrição da fase de quarks. O modelo de sacola do MIT [34] é um modelo muito simples, que não reproduz alguns aspectos necessários da cromodinâmica quântica (QCD) para as altas densidades, como a simetria quiral, por exemplo. Como é facilmente observado na literatura, todos os resultados para estrelas compactas são dependentes do modelo utilizado. As-

sim, antes de excluir completamente a necessidade do uso da construção de Gibbs e consequentemente a existência da fase mista em estrelas híbridas, é desejável que outro cálculo, com um modelo diferente para a fase de quarks, seja considerado. Esta é a base dos cálculos e discussões que seguem.

## 1.5 OBJETIVOS

Em trabalhos envolvendo estrelas quarkiônicas [15,16] ou híbridas [2-4], é observado que o modelo de NJL dá resultados um tanto diferentes dos obtidos com o modelo do MIT. O fato do modelo de NJL incorporar a simetria quiral e de o quark estranho aparecer apenas em densidades muito mais altas do que os quarks  $u$  e  $d$  são a principal razão para as diferenças. Os cálculos para estrelas híbridas são feitos aqui com o modelo de NJL, assim, as conclusões previamente obtidas para estrelas híbridas construídas com o modelo do MIT podem ser confirmadas ou refutadas.

As consequências da inclusão do quark- $s$  no modelo de NJL para altas densidades é analisada através de uma comparação entre as duas versões do modelo, i.e., SU(2) e SU(3). Sempre que a versão SU(2) do modelo é utilizada na descrição da matéria quarkiônica, a fase de hádrons correspondente é livre de estranheza, ou seja, nenhum híperon é considerado. Dois conjuntos de parâmetros são utilizados em cada caso, assim a dependência com o modelo é estabelecida.

No capítulo 2, o modelo de Walecka não-Linear (WNL) é introduzido, são feitos os cálculos para a obtenção de suas equações de estado e os resultados das relações massa-raio para estrelas hadrônicas. No capítulo 3, o modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) é apresentado, e assim como no capítulo 2 são feitos os cálculos para a obtenção de suas equações de estado e dos perfis das estrelas quarkiônicas. No capítulo 4, são construídas as estrelas híbridas, em duas versões, com e sem fase mista, e é feita a discussão dos resultados obtidos. No capítulo 5 apresentamos as conclusões finais.



## 2 O MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR

Utilizaremos o modelo de Walecka não-linear (WNL) para descrever a fase de hádrons da estrela.

O modelo de WNL descreve a interação entre bárions, mediada por mésons, e leva em conta aspectos relativísticos da matéria nuclear. Os mésons responsáveis pelo acoplamento entre os bárions são: o méson escalar-isoescalar, representado pelo campo  $\sigma$ , o méson vetorial-isoescalar, representado pelo campo  $\omega$ , e o méson vetorial-isovetorial, representado pelo campo  $\rho$ , responsável pela descrição das propriedades da matéria nuclear assimétrica.

De um ponto de vista teórico, a cromodinâmica quântica (QCD) representa a descrição mais profunda da interação forte e seria a ferramenta ideal na descrição das estrelas de nêutrons. No entanto, o comportamento altamente não linear da QCD na escala de energia hadrônica, impossibilita qualquer cálculo teórico, o que nos leva a procura de descrições fenomenológicas das estruturas da matéria nuclear. Uma das aproximações alternativas é a hadrodinâmica quântica (QHD) [26], uma teoria quântica de campos relativística baseada em uma densidade lagrangiana local, a qual usa os campos dos bárions e mésons como graus de liberdade relevantes. Este modelo produz uma estrutura consistente para a descrição de tais sistemas relativísticos de interação de muitos corpos. Baseado nisso, Glendenning apresentou [35] um tratamento muito compreensível da matéria em estrelas de nêutrons usando versões estendidas do modelo que incluíam léptons, termos não lineares e o octeto bariônico.

O modelo de Walecka em sua forma mais simples possui apenas dois mésons: o méson escalar  $\sigma$ , responsável por descrever a parte atrativa do potencial entre os bárions e o méson vetorial  $\omega$ , que descreve a a parte repulsiva. Apenas com os estes dois mésons o modelo é capaz de reproduzir corretamente os fenômenos de saturação da matéria nuclear, no entanto dá resultados para o módulo de compressão, massa efetiva do nucleon e energia de simetria em pouca concordância com os valores empíricos. A adição dos termos não-lineares  $(-\frac{1}{3!}\kappa\sigma^3 - \frac{1}{4!}\lambda\sigma^4)$  faz-se necessária para reproduzirmos corretamente os valores do módulo de compressão e da massa efetiva do nucleon.

Os mésons  $\sigma$  e  $\omega$  não fazem distinção entre os nucleons (e consequentemente nenhum dos outros bárions), isto não é um problema quando estamos tratando da matéria nuclear simétrica (número de nêutrons = número de prótons), porém, no interior de nossas estrelas impomos o equilíbrio  $\beta$  e portanto estamos lidando com matéria nuclear altamente assimétrica (número de nêutrons  $\neq$  número de prótons  $\neq$  número de outros bárions). Para descrever

esta assimetria e assim conseguirmos distinguir e representar corretamente os diferentes tipos de bárions utilizamos o méson isovetorial  $\rho$ , que leva em conta a terceira componente de isospin dos bárions.

Para os cálculos a seguir, e em todas as outras seções no decorrer deste trabalho, consideraremos a temperatura das estrelas igual a zero ( $T = 0$ ).

## 2.1 FORMALISMO

Apresentaremos a seguir o modelo de WNL em duas formulações possíveis, uma contendo todo o octeto bariônico, e portanto incluindo matéria estranha, e outra mais simples, apenas com núcleons, e sem matéria estranha. A formulação sem matéria estranha será utilizada em conjunto com o modelo de NJL SU(2) na construção de uma equação de estado adequada para descrever estrelas híbridas sem matéria estranha em seu interior.

### 2.1.1 A Lagrangiana do Modelo de WNL

A densidade lagrangiana do modelo de Walecka não-linear, tem a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{\text{WNL}} = \mathcal{L}_{\text{bárions}} + \mathcal{L}_{\text{mésons}}, \quad (2.1)$$

onde

$$\mathcal{L}_{\text{bárions}} = \sum_i \bar{\psi}_i \left[ \gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{\omega i} \omega^\mu - g_{\rho i} \vec{\tau}_i \cdot \vec{\rho}^\mu) - (m_i - g_{\sigma i} \sigma) \right] \psi_i, \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{mésons}} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{3!} \kappa \sigma^3 - \frac{1}{4!} \lambda \sigma^4 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \mathbf{P}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{P}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu, \end{aligned} \quad (2.3)$$

e

$$\Omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{P}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{\rho}_\nu - \partial_\nu \vec{\rho}_\mu - \sum_i g_{\rho i} (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu), \quad (2.5)$$

A soma em  $i$  vai de 1 a 8 quando o modelo leva em conta todo o octeto bariônico,  $i = p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^+$ , e vai de 1 a 2 quando apenas os nucleons são considerados,  $i = p, n$ . Na lagrangiana  $g_{\sigma i}$ ,  $g_{\omega i}$  e  $g_{\rho i}$  são as constantes de acoplamento dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  respectivamente para o



bárion da espécie  $i$ ,  $\vec{\tau}_i$  é a matriz de isospin e  $m_i$  é a massa do bárion  $i$ . A notação para  $\vec{\rho}^\mu$  indica que ele é um quadrivetor no espaço-tempo e vetor no espaço de isospin, ou seja, o méson  $\rho$  é um tripleto de quadrivetores

$$\vec{\rho}^\mu = \begin{pmatrix} \rho_1^0 & \rho_1^x & \rho_1^y & \rho_1^z \\ \rho_2^0 & \rho_2^x & \rho_2^y & \rho_2^z \\ \rho_3^0 & \rho_3^x & \rho_3^y & \rho_3^z \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Para melhor compreensão podemos identificar os termos na lagrangiana, sendo eles:

$$\text{cinéticos ou livres} \left\{ \begin{array}{ll} i\bar{\psi}_i \gamma_\mu \partial^\mu \psi_i - \bar{\psi}_i m_i \psi_i & (\text{bárions}) \\ \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) & (\text{méson } \sigma) \\ -\frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu & (\text{méson } \omega) \\ -\frac{1}{4} \mathbf{P}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{P}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu & (\text{méson } \rho) \end{array} \right.$$

(+termos de massa)

e

$$\text{potenciais} \left\{ \begin{array}{ll} g_{\sigma i} \bar{\psi}_i \sigma \psi_i & (\text{entre bárions, através do meson } \sigma) \\ -g_{\omega i} \bar{\psi}_i \gamma_\mu \omega^\mu \psi_i & (\text{entre bárions, através do meson } \omega) \\ -g_{\rho i} \bar{\psi}_i \vec{\tau}_i \cdot \vec{\rho}^\mu \psi_i & (\text{entre bárions, através do meson } \rho) \end{array} \right. \text{ ou de interação}$$

Nem píons ou kaons foram incluídos na lagrangiana por que eles desaparecem na aproximação de campo médio, a qual utilizamos neste trabalho, não consideramos também a possível contribuição do condensado de píons e kaons. A contribuição do campo eletromagnético também desaparece para a matéria homogênea, e seu efeito não será levado em conta.

### 2.1.1.1 Aproximação de Campo Médio

Utilizaremos a aproximação de campo médio, que é muito usual para o modelo de Walecka. Quando a densidade de bariônica é muito grande, de forma que o número de quanta trocado entre os nucleons é intenso o suficiente para que as flutuações quânticas sejam desprezíveis, os campos mesônicos comportam-se como campos clássicos. Assim os nucleons movem-se como partículas indedentes que interagem através de um campo médio comum a todos e o problema de muitos corpos reduz-se a um problema de um corpo sob a influência de um potencial efetivo.

Além disto assumiremos que o sistema seja estático para os campos

mesônicos, ou seja, removemos a dinâmica do problema, de modo que:

$$\begin{aligned}\partial_0 \sigma &= 0, \\ \partial_0 \omega_\mu &= 0, \\ \partial_0 \vec{\rho}_\mu &= 0.\end{aligned}\tag{2.7}$$

Considerando simetria esférica, não deve haver direção preferencial para matéria bariônica (espaço isotrópico), afim de obter simetria por translação e rotação devemos então remover os componentes espaciais dos campos  $\omega^\mu$  e  $\vec{\rho}^\mu$ , portanto:

$$\begin{aligned}\langle \vec{\omega} \rangle &= 0, \\ \langle \rho_j^\mu \rangle &= 0,\end{aligned}\tag{2.8}$$

onde  $j, \mu = 1, 2, 3$  são as componentes espaciais. Da invariância por rotação em relação ao eixo  $\hat{z}$  no espaço de isospin, vem:

$$\langle \tau_1 \rangle = \langle \tau_2 \rangle = 0,\tag{2.9}$$

restando apenas  $\tau_3$  e  $\mu = 0$ , assim:

$$\langle \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu \rangle = \langle \tau_1 \rho_1^\mu + \tau_2 \rho_2^\mu + \tau_3 \rho_3^\mu \rangle = \tau_3 \rho_3^0 = \tau_3 \rho_{03}\tag{2.10}$$

Podemos então escrever de forma compacta:

$$\begin{aligned}\sigma &\rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0, \\ \omega^\mu &\rightarrow \langle \omega^\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0, \\ \vec{\rho}^\mu &\rightarrow \langle \vec{\rho}^\mu \rangle = \langle \rho_3^0 \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \delta^{i3} \rho_{03}.\end{aligned}\tag{2.11}$$

Portanto não há corrente de matéria nuclear (matéria homogênea), assim:

$$\begin{aligned}\partial^\mu \sigma &= 0, \\ \partial^\mu \omega_\mu &= 0, \\ \partial^\mu \vec{\rho}_\mu &= 0.\end{aligned}\tag{2.12}$$

Aplicando agora a lagrangiana as aproximações de campo médio, ela toma a seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \sum_i \bar{\psi}_i \left[ i \gamma_\mu \partial^\mu - m_i^* - g_{\omega i} \gamma_0 \omega_0 - g_{\rho i} \gamma_0 \tau_{3i} \rho_{03} \right] \psi_i$$

$$-\frac{m_\sigma^2}{2}\sigma_0^2 + \frac{m_\omega^2}{2}\omega_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}\rho_{03}^2 - \frac{\kappa}{6}\sigma_0^3 - \frac{\lambda}{24}\sigma_0^4, \quad (2.13)$$

onde

$$m_i^* = m_i - g_{\sigma i}\sigma_0, \quad (2.14)$$

é a massa efetiva do bárion  $i$  e  $\tau_{3i}$  é a projeção da matriz de isospin e representa o estado de carga de cada um dos bárions.

### 2.1.2 Equações de Movimento

Dada a lagrangiana (2.1), aplicamos a equação de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0, \quad (2.15)$$

para cada um dos campos em questão ( $q = \psi_i, \sigma, \omega, \text{ e } \rho$ ), redefinimos as constantes de acoplamento dos bárions da seguinte forma

$$\begin{aligned} g_{\sigma i} &= x_\sigma g_\sigma, \\ g_{\omega i} &= x_\omega g_\omega, \\ g_{\rho i} &= x_\rho g_\rho, \end{aligned} \quad (2.16)$$

e aplicamos as aproximações de campo médio.

Obtemos assim as seguintes equações de movimento:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega i} x_\omega \gamma^0 \omega_0 - g_{\rho i} \gamma^0 \tau_{3i} \rho_{03} - m_i - g_{\sigma i} \sigma_0) \psi_i = 0, \quad (2.17)$$

$$\sigma_0 = -\frac{\kappa}{2m_\sigma^2} \sigma_0^2 - \frac{\lambda}{6m_\sigma^2} \sigma_0^3 + \sum_i \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} x_\sigma n_{si}, \quad (2.18)$$

$$\omega_0 = \sum_i \frac{g_\omega}{m_\omega^2} x_\omega n_i, \quad (2.19)$$

$$\rho_{03} = \sum_i \frac{g_\rho}{m_\rho^2} x_\rho \tau_{3i} n_i, \quad (2.20)$$

onde

$$n_{si} = \langle \bar{\psi}_i \psi_i \rangle = \frac{m_i^*}{\pi^2} \int_0^{p_{Fi}} \frac{p^2 dp}{\sqrt{p^2 + m_i^{*2}}}, \quad (2.21)$$

é chamada densidade escalar do bárion  $i$  e

$$n_i = \langle \bar{\psi}_i \gamma^0 \psi_i \rangle = \langle \psi_i^\dagger \psi_i \rangle = \gamma \int_0^{p_{Fi}} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} = \frac{1}{3\pi^2} p_{Fi}^3, \quad (2.22)$$

é a densidade do número de bárions da espécie  $i$ ,  $\gamma = 2$  é o fator de degenerescência (neste caso temos apenas a degenerescência de spin) e  $p_{Fi}$  é o momento de Fermi do bárion  $i$ .

### 2.1.3 Potenciais Químicos

O potencial químico dos bárions (ou energia de fermi  $\mu_i(p_{Fi})$ ) corresponde aos autovalores da equação de Dirac.

Reescrevendo a Equação (2.17) em termos da massa efetiva temos:

$$(\gamma_\mu \partial^\mu - m_i^* - g_{\omega i} \gamma_0 \omega_0 - g_{\rho i} \gamma_0 \tau_{3i} \rho_{03}) \psi_i = 0, \quad (2.23)$$

remanejando os termos

$$\gamma_0 \partial^0 \psi_i = (-i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \beta m_i^* + g_{\omega i} \gamma_0 \omega_0 + g_{\rho i} \gamma_0 \tau_{3i} \rho_{03}) \psi_i,$$

e lembrando que

$$\bar{\psi}_i (-i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + m_i^*) \psi_i = \psi_i^\dagger (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_i^*) \psi_i = \psi_i^\dagger E_i^* \psi_i, \quad (2.24)$$

onde utilizamos as seguintes relações

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \psi^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger \beta, & \gamma^0 &= \beta, \\ \vec{\gamma} &= \beta \vec{\alpha} \Rightarrow \beta \vec{\gamma} = \beta^2 \vec{\alpha} = \vec{\alpha}, \\ -i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} &= \vec{\alpha} \cdot \vec{p}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

obtemos assim

$$i \gamma_0 \partial^0 \psi_i = (E_i^* + g_{\omega i} \gamma_0 \omega_0 + g_{\rho i} \gamma_0 \tau_{3i} \rho_{03}) \psi_i, \quad (2.26)$$

onde  $E_i^* = \sqrt{p_{Fi}^2 + m_i^{*2}}$ .

Portanto o potencial químico do bárion  $i$  e consequentemente os autovalores da equação de Dirac são dados por

$$\mu_i = \sqrt{p_{Fi}^2 + m_i^{*2}} + g_{\omega i} \omega_0 + g_{\rho i} \tau_{3i} \rho_{03}. \quad (2.27)$$

### 2.1.4 Equação de Estado

Iremos considerar nossas estrelas como sendo constituídas de um fluido perfeito. Um fluido perfeito é aquele no qual a pressão é isotrópica no referencial de cada elemento de fluido e a tensão de cisalhamento e o transporte de calor são inexistentes.

#### 2.1.4.1 Tensor Energia-Momento

Para um fluido perfeito o tensor energia-momento é definido por

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \partial_\nu q \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu q)} \right). \quad (2.28)$$

Aplicando a definição do tensor energia-momento a lagrangiana de campo médio, obtemos a seguinte expressão:

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \left( +\frac{m_\omega^2}{2}\omega_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}\rho_{03}^2 - \frac{m_\sigma^2}{2}\sigma_0^2 - \frac{\kappa}{6}\sigma_0^3 - \frac{\lambda}{24}\sigma_0^4 \right) + \sum_i i\bar{\psi}_i\gamma_\mu\partial_\nu\psi_i. \quad (2.29)$$

Expressões para a densidade de energia e pressão podem ser facilmente obtidas então através das seguintes relações:

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle \quad (2.30)$$

e

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle. \quad (2.31)$$

Utilizando a definição do tensor energia-momento, obtemos as seguintes expressões para a densidade de energia e pressão.

#### 2.1.4.2 Densidade de Energia

$$T_{00} = \sum_i \bar{\psi}_i i\gamma_0 \partial_0 \psi_i - \frac{m_\omega^2}{2}\omega_0^2 - \frac{m_\rho^2}{2}\rho_{03}^2 + \frac{m_\sigma^2}{2}\sigma_0^2 + \frac{\kappa}{6}\sigma_0^3 + \frac{\lambda}{24}\sigma_0^4, \quad (2.32)$$

da equação de Dirac temos que

$$i\gamma_0\partial^0\psi_i = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + g_{\omega i}\gamma_0\omega_0 + g_{\rho i}\gamma_0\tau_{3i}\rho_{03})\psi_i, \quad (2.33)$$

assim

$$\bar{\psi}_i i\gamma_0\partial_0\psi_i = \bar{\psi}_i i\gamma_0\partial^0\psi_i = \psi_i^\dagger (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_i^*)\psi_i + \psi_i^\dagger g_{\omega i}\omega_0\psi_i + \psi_i^\dagger g_{\rho i}\tau_{3i}\rho_{03}\psi_i, \quad (2.34)$$

portanto

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \sum_i \langle \psi_i | \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_i^* | \psi_i \rangle + \sum_i \langle \psi_i | g_{\omega i} \omega_0 | \psi_i \rangle + \sum_i \langle \psi_i | g_{\rho i} \tau_{3i} \rho_{03} | \psi_i \rangle \\ & - \frac{m_\omega^2}{2} \omega_0^2 - \frac{m_\rho^2}{2} \rho_{03}^2 + \frac{m_\sigma^2}{2} \sigma_0^2 + \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 + \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4, \end{aligned} \quad (2.35)$$

utilizando as Equações (2.19) e (2.20), obtemos

$$\varepsilon = \sum_i \langle \psi_i | \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_i^* | \psi_i \rangle + \frac{m_\omega^2}{2} \omega_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} \rho_{03}^2 + \frac{m_\sigma^2}{2} \sigma_0^2 + \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 + \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4. \quad (2.36)$$

onde

$$\langle \psi_i | \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_i^* | \psi_i \rangle = \gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^{*2}} = \frac{1}{\pi^2} \int p^2 dp \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^{*2}}, \quad (2.37)$$

finalmente

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{WNL}} = & \frac{1}{\pi^2} \left( \sum_i \int_0^{p_{Fi}} p^2 dp \sqrt{p^2 + m_i^{*2}} \right) + \frac{m_\omega^2}{2} \omega_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} \rho_{03}^2 \\ & + \frac{m_\sigma^2}{2} \sigma_0^2 + \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 + \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4. \end{aligned} \quad (2.38)$$

#### 2.1.4.3 Pressão

$$\frac{1}{3} T_{jj} = \frac{1}{3} \sum_i \bar{\psi}_i i\gamma_j \partial_j \psi_i + \frac{m_\omega^2}{2} \omega_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} \rho_{03}^2 - \frac{m_\sigma^2}{2} \sigma_0^2 - \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 - \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4, \quad (2.39)$$

utilizando as relações (2.25) e as definições do Apêndice A, obtemos

$$\bar{\psi}_i i \gamma_j \partial_j \psi_i = -i \bar{\psi}_i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} \psi_i = -i \psi_i^\dagger \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi_i = \psi_i^\dagger \vec{\alpha} \cdot \vec{p} \psi_i, \quad (2.40)$$

assim

$$P = \frac{1}{3} \sum_i \langle \psi_i | \vec{\alpha} \cdot \vec{p} | \psi_i \rangle + \frac{m_\omega^2}{2} \omega_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} \rho_{03}^2 - \frac{m_\sigma^2}{2} \sigma_0^2 - \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 - \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4, \quad (2.41)$$

onde

$$\langle \psi_i | \vec{\alpha} \cdot \vec{p} | \psi_i \rangle = \gamma \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p^2}{E_i^*} = \frac{1}{\pi^2} \int \frac{p^4 dp}{\sqrt{\vec{p}^2 + m_i^{*2}}}, \quad (2.42)$$

finalmente

$$P_{\text{WNL}} = \frac{1}{3\pi^2} \left( \sum_i \int_0^{p_{Fi}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_i^{*2}}} \right) + \frac{m_\omega^2}{2} \omega_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} \rho_{03}^2 - \frac{m_\sigma^2}{2} \sigma_0^2 - \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 - \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4. \quad (2.43)$$

### 2.1.5 Octeto Bariônico

Na Tabela 1 mostramos algumas propriedades dos nucleons e híperons que formam o octeto bariônico.

Bárion	$M$ (MeV)	$Q$	$J_s$	$B$	$\tau_3$	$S$	Composição
$p$	938.28	+1	1/2	1	+1/2	0	$uud$
$n$	939.57	0	1/2	1	-1/2	0	$udd$
$\Lambda$	1,115.6	0	1/2	1	0	-1	$uds$
$\Sigma^+$	1,189.4	+1	1/2	1	+1	-1	$uus$
$\Sigma^0$	1,192.5	0	1/2	1	0	-1	$uds$
$\Sigma^-$	1,197.3	-1	1/2	1	-1	-1	$dds$
$\Xi^0$	1,314.9	0	1/2	1	+1/2	-2	$uss$
$\Xi^-$	1,321.3	-1	1/2	1	-1/2	-2	$dss$

Tabela 1: Octeto bariônico.  $M$  é a massa,  $Q$  é a carga,  $J_s$  é o spin,  $B$  é o número bariônico,  $\tau_3$  é a terceira componente do isospin e  $S$  é a estranheza.

### 2.1.6 Parâmetros

Dois conjuntos de parâmetros foram escolhidos e eles são dados na Tabela 2. Os seguintes parâmetros são iguais para ambos os conjuntos:  $x_\sigma = 0.7$ ,  $x_\omega = x_\rho = 0.783$ .

Para as simulações as massas dos nucleons e híperons foram escolhidas da seguinte forma

$$\begin{aligned} m_n &= m_p = 939 \text{ MeV}, \\ m_\Lambda &= 1116 \text{ MeV}, \\ m_{\Sigma^+} &= m_{\Sigma^0} = m_{\Sigma^-} = 1193 \text{ MeV}, \\ m_{\Xi^+} &= m_{\Xi^-} = 1318 \text{ MeV}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

e as massas dos mésons

$$\begin{aligned} m_\sigma &= 400 \text{ MeV}, \\ m_\omega &= 783 \text{ MeV}, \\ m_\rho &= 770 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Nas tabelas e gráficos a seguir, GM1 e GM3 representam o modelo de WNL utilizando as parametrizações de mesmo nome [36]. Os prefixos 'n' e 'nh' foram adicionados para indicar se as somas foram feitas sobre os nucleons (n), ou sobre os nucleons mais híperons (nh). Assim, GM1n representa o modelo de WNL na parametrização GM1 considerando apenas a existência de prótons e nêutrons, enquanto GM1nh, leva em conta todo o octeto bariônico.

	$(g_\sigma/m_\sigma)^2$ [fm <sup>2</sup> ]	$(g_\omega/m_\omega)^2$ [fm <sup>2</sup> ]	$(g_\rho/m_\rho)^2$ [fm <sup>2</sup> ]	$\kappa/M$	$\lambda$	$K$ [MeV]	$m^*/M$
GM1	11.79	7.149	4.411	0.005894	-0.006420	300	0.7
GM3	9.927	4.820	4.791	0.017318	-0.014526	240	0.78

Tabela 2: Conjuntos de parâmetros para o modelo de WNL. Constantes de acomplamento que levam a uma energia de ligação por nucleon  $\frac{B}{A} = -16,3$  MeV, densidade  $\rho_0 = 0.153 \text{ fm}^{-3}$  e coeficiente de energia de simetria  $a_{\text{sym}} = 32.5$  MeV, para matéria nuclear saturada com compressão  $K$  e massa efetiva  $m^*$ .  $M = 939$  MeV é a massa do nucleon.



## 2.2 INCLUSÃO DOS LÉPTONS

Estamos lidando com matéria estelar em equilíbrio- $\beta$  tanto para a fase quarkiônica quanto hadrônica, e portanto, os elétrons e múons tem de ser introduzidos. Eles serão incluídos como um gás de férmions livres obedecendo a seguinte densidade lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{\text{léptons}} = \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \quad l = e^-, \mu^-. \quad (2.46)$$

Aplicando a equação de Euler-Lagrange a equação (2.46), obtemos a seguinte equação de movimento

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l = 0. \quad (2.47)$$

O potencial químico do lépton  $l$  fica,

$$\mu_l = \sqrt{p_{Fl}^2 + m_l^2}. \quad (2.48)$$

O tensor energia-momento fica

$$T_{\mu\nu} = \sum_l i\bar{\psi}_l \gamma_\mu \partial_\nu \psi_l. \quad (2.49)$$

Expressões para a densidade de energia e pressão em uma aproximação de campo médio tornam-se:

$$\varepsilon_l = \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{p_{Fl}} p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} \quad (2.50)$$

e

$$P_l = \frac{1}{3\pi^2} \sum_l \int_0^{p_{Fl}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}}, \quad (2.51)$$

onde  $p_{Fl}$  é o momento de Fermi do lépton  $l$ .

A densidade de elétrons e múons é dada por

$$n_l = \frac{p_{Fl}^3}{3\pi^2}. \quad (2.52)$$

Nas simulações utilizamos  $m_{e^-} = 0.511$  MeV e  $m_{\mu^-} = 105.66$  MeV para os valores das massas próprias dos elétrons e do múons respectivamente.

### 2.3 EQUAÇÕES DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF

Para construir os perfis estelares e assim poder descrever a estrutura das estrelas de nêutrons utilizaremos as equações da relatividade geral conhecidas como as *equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff* (TOV) [10,11]. Estas equações são deduzidas a partir das equações de Einstein considerando a estrela como uma distribuição de matéria esfericamente simétrica, estática e que se comporta como um fluido perfeito. No sistema natural de unidades as TOV possuem a seguinte forma:

$$\frac{dP(r)}{dr} = - \frac{[P(r) + \varepsilon(r)][M(r) + 4\pi r^3 P(r)]}{r[r - 2GM(r)]} \quad (2.53)$$

e

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r), \quad (2.54)$$

onde  $P$  é a pressão,  $M$  é a massa gravitacional,  $\varepsilon$  é a densidade de energia e  $G$  é a constante da gravitação universal.

As equações de TOV podem ser integradas desde a origem, com a condição inicial  $M(0) = 0$  e um valor arbitrário para a densidade central de energia  $\varepsilon(0)$ , até a pressão  $P(r)$  ir a zero para um raio  $R$ . Como *pressão zero* significa que a atração gravitacional da estrela não pode suportar mais matéria sobreposta,  $R$  define o raio gravitacional da estrela e  $M(R)$  sua massa gravitacional. Para uma dada equação de estado, existe apenas uma única relação entre a massa e densidade central de energia  $\varepsilon(0)$ . Então, para cada possível equação de estado, existe uma única família de estrelas, parametrizadas por, digamos, a densidade central de energia ou a pressão central.

A massa bariônica  $M_b$  (ou massa própria) das estrelas é dada por [1]

$$M_b = \int \rho dV = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) \left[ 1 - \frac{2Gm(r)}{r} \right]^{-1/2} dr, \quad (2.55)$$

onde  $\rho = n_B m_N$  é a densidade da estrela, que é dada pela densidade do número de bárions vezes a massa do núcleon.

$M_b$  é a soma dos elementos de massa em todo o volume da estrela, ela inclui as contribuições da massa de repouso e da energia interna - cinética e de interação (outra que não gravitacional) - dos constituintes da estrela. Este papel particular da interação gravitacional que não entra na expressão para a densidade de energia, e que contribui para a massa gravitacional (energia total) da estrela através das equações de campo da relatividade geral, é devido a natureza de longo alcance da interação gravitacional. A diferença  $E_g = M_b - M$  é chamada energia de ligação gravitacional, e é a energia gasta

para mover os elementos de massa infinitesimal  $\rho dV$  do infinito até formar a estrela.

## 2.4 MATÉRIA HADRÔNICA

Para construirmos as equações de estado da matéria hadrônica, vamos impor a estabilidade  $\beta$  e a neutralidade local de cargas elétricas. Consideraremos o estágio após a desleptonização, quando a entropia é máxima e já não temos mais neutrinos aprisionados. Neste caso o potencial químico dos neutrinos é zero.

### 2.4.1 Equilíbrio Químico

Na evolução da protoestrela de nêutrons muitas reações químicas diferentes podem ocorrer. A carga elétrica e o número bariônico são conservados em uma escala longa de tempo em comparação com o tempo de vida da estrela. No núcleo da protoestrela de nêutrons, a energia de Fermi dos nucleons excede a massa dos híperons e estas partículas podem ser produzidas em processos da *interação forte* com conservação da estranheza, em reações como

$$n + n \rightarrow n + \Lambda + K^0. \quad (2.56)$$

No entanto, a estranheza não é conservada na escala de tempo da estrela, uma vez que ocorre difusão de neutrinos e fótons para a superfície da estrela e processos como

$$K^0 \rightarrow 2\gamma, \quad K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad (2.57)$$

não podem mais ser revertidos.

Neste processo de evolução a estrela alcança o equilíbrio químico, um estado degenerado onde, do ponto de vista de sua composição hadrônica e leptônica, reações adicionais não são possíveis. Como um exemplo, em um sistema degenerado ideal de prótons nêutrons e elétrons em equilíbrio químico, os níveis de partículas são preenchidos de uma forma que o decaimento  $\beta$  do nêutron ou o processo inverso de decaimento  $\beta$  do próton não são mais energeticamente favoráveis. Assim

$$n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (2.58)$$

o que nos leva na seguinte relação para os potenciais químicos

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e, \quad (2.59)$$

pois estamos considerando que o potencial químico dos neutrinos é zero.

Da mesma forma o equilíbrio com respeito a reação

$$e^- \leftrightarrow \mu^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \quad (2.60)$$

nos informa que

$$\mu_e = \mu_\mu. \quad (2.61)$$

De modo geral, se levarmos em conta os graus de liberdade do octeto bariônico e léptons (elétrons e múons), a seguinte equação de equilíbrio químico vale [1]

$$\mu_i = b_i \mu_n - q_i \mu_e, \quad (2.62)$$

onde  $i = p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^+, e, \mu$ .  $b_i$  representa o número bariônico e  $q_i$  a carga elétrica da espécie  $i$ . Desta forma, as condições para de equilíbrio químico requeridas para a estabilidade  $\beta$ , impostas através de dois potenciais químicos independentes  $\mu_n$  e  $\mu_{e^-}$  podem ser sumarizadas em

$$\begin{aligned} \mu_{\Sigma^0} &= \mu_{\Xi^0} = \mu_\Lambda = \mu_n, \\ \mu_{\Sigma^-} &= \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_{e^-}, \\ \mu_{\Sigma^+} &= \mu_p = \mu_n - \mu_{e^-}. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Quando o sistema é constituído apenas de prótons e nêutrons a única condição para o equilíbrio químico é a última em (2.63).

## 2.4.2 Neutralidade de Cargas Elétricas

Para a neutralidade local de cargas elétricas devemos ter

$$\sum_i q_i n_i + \sum_l q_l n_l = 0, \quad (2.64)$$

Onde  $q_i$  e  $q_l$  representam, respectivamente, as cargas elétricas dos bárions e léptons. Quando o sistema é constituído apenas de prótons e nêutrons, a somatória sobre os bárions que aparece nas equações acima é restrita aos prótons.

### 2.4.3 Resultados

A Figura 1 mostra o gráfico da densidade de energia versus pressão para a matéria hadrônica (MH), onde utilizamos as seguintes expressões para a densidade de energia e pressão

$$\varepsilon_{MH} = \varepsilon_{WNL} + \varepsilon_l \quad (2.65)$$

e

$$P_{MH} = P_{WNL} + P_l, \quad (2.66)$$

onde os termos referentes aos léptons foram apresentados na seção 2.2, respeitando as relações entre os potenciais químicos e densidades dos hádrons e léptons que asseguram o equilíbrio químico, e a neutralidade de cargas.

As relações massa-raio, ou perfis estelares, para a matéria hadrônica são apresentados na Figura 2 e Tabela 3. Elas foram obtidas através da solução das equações de TOV para as equações de estado apresentadas na Figura 1. Na Tabela 3 mostramos a máxima massa possível  $M_{\max}$ , a massa bariônica  $M_{b\max}$ , o raio  $R$  e a densidade de energia no centro da estrela  $\varepsilon_0$  relacionados à massa máxima das estrelas hadrônicas.

As três linhas presentes na Figura 2 correspondem à restrições observacionais. Algumas propriedades das estrelas de nêutrons são determinadas pela medida do redshift gravitacional das linhas espectrais produzidas na atmosfera das estrelas de nêutrons, o que prevê uma restrição direta na razão massa-raio ( $M/R$ ). Um redshift de  $Z=0.35$  de três diferentes transições do espectro de raios-X do binário EXO 0748-676 foi obtido em [37]. Este redshift corresponde a uma razão  $M/R=0.15 M_{\odot}/\text{Km}$ . A linha superior corresponde a esta restrição, cuja validade continua controversa [38]. Por outro lado, a estrela de nêutrons 1E 1207.4-5209, a qual está no centro dos remanescente de supernova PKS 1209-51/52 também foi observada e duas características de absorção na fonte do espectro foram detectadas [39]. Estas características são associadas com a transição atômica do hélio uma vez ionizado na atmosfera da estrela de nêutrons com forte campo magnético. Esta interpretação leva a um redshift da ordem de  $Z=0.12\sim 0.23$ . Este redshift impõem outra restrição para a razão massa-raio dada por  $M/R=0.069\sim 0.115 M_{\odot}/\text{Km}$ . Esta restrição é representada pelas duas linhas mais abaixo. Como podemos observar todas as curvas obtidas são consistentes com as medidas de [37] e [39] por cruzarem as três linhas.

Para descrevermos a crosta das estrelas de hádrons utilizamos a equação de estado BPS [40] para matéria fria em densidades muito menores do que a densidade de saturação nuclear.

Modelo	$M_{\text{max}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_{b\text{max}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R$ [Km]	$\epsilon_0$ [ $fm^{-4}$ ]
GM1n	2.390	2.892	11.992	5.595
GM1nh	2.006	2.325	11.851	5.908
GM3n	2.042	2.421	10.933	7.048
GM3nh	1.710	1.946	10.980	7.151

Tabela 3: Perfis estelares das estrelas hadrônicas. Máxima massa gravitacional  $M_{\text{max}}$ , massa bariônica  $M_{b\text{max}}$  e raio  $R$ .  $\epsilon_0$  é densidade central de energia.

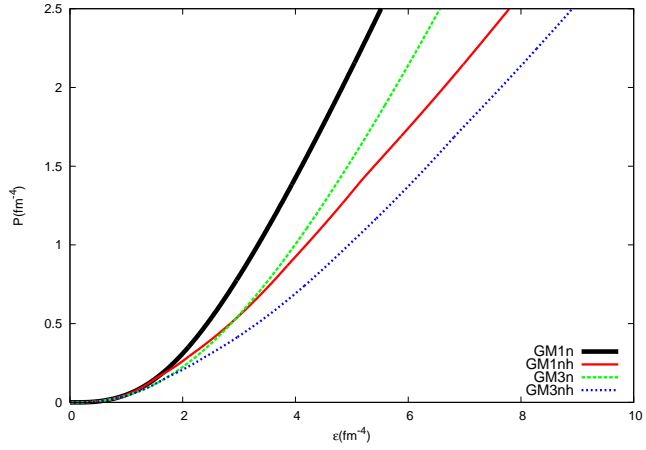


Figura 1: Equação de estado para as estrelas hadrônicas.

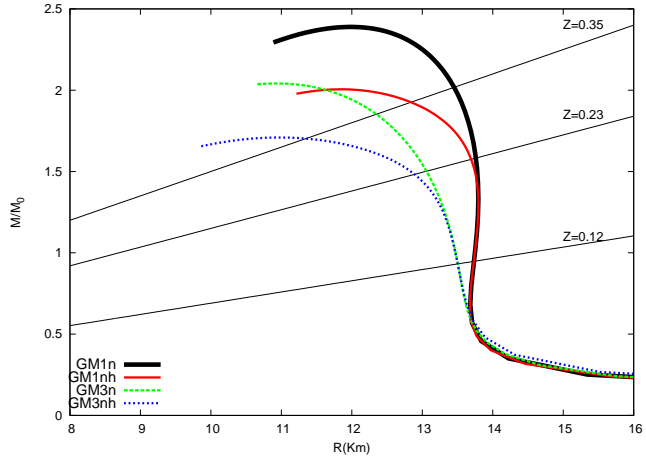


Figura 2: Relação massa-raio para estrelas hadrônicas.





### 3 O MODELO DE NAMBU-JONA-LASINIO

Descreveremos a fase de quarks das estrelas utilizando o modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL).

O modelo inclui a maior parte das simetrias da QCD, incluindo a simetria quiral (a lagrangiana permanece invariante frente a uma transformação  $q \rightarrow e^{i\gamma_5} q$ ) e sua quebra, que é essencial no tratamento dos hádrons mais leves [41].

O modelo de NJL também inclui uma interação escalar-pseudoescalar e a interação de seis férmions 't Hooft, que modela a quebra de simetria axial  $U(1)_A$ . No entanto, o modelo supõe quarks pontuais desconfinados, e não é renormalizável, requerendo regularização através de um cutoff ( $\Lambda$ ) no espaço dos momentos. A massa do quark estranho não pode ser escolhida igual a dos quarks não-estranhos em cálculos realísticos. Isto implica em uma quebra explícita da simetria SU(3), e portando  $\langle \bar{s}s \rangle \neq \langle \bar{u}u \rangle$ , até mesmo para potenciais químicos iguais. Em particular, o limite quiral não é uma boa aproximação para o modelo com massas realísticas.

#### 3.1 FORMALISMO

Introduziremos a seguir o modelo de NJL em suas duas apresentações SU(2) e SU(3). Na forma SU(3) o modelo é mais complexo e leva em conta a existência de 3 sabores de quarks, up, down e strange, representados por  $u, d, s$ . Em sua forma SU(2) temos apenas os dois quarks mais leves  $u$  e  $d$ .

##### 3.1.1 A Lagrangiana do Modelo de NJL SU(3)

O modelo NJL em sua forma SU(3) é definido pela densidade lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - \hat{m})q + \mathcal{L}_4 + \mathcal{L}_6, \quad (3.1)$$

onde

$$q = \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \\ q_s \end{pmatrix}, \quad \hat{m} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

onde  $q_f$  é o campo do quark ( $f = 1, 2, 3$  para  $u, d, s$ ) e  $\hat{m}$  é matriz da massa corrente, vamos utilizar que  $m_u = m_d$ ,

$$\mathcal{L}_4 = G \sum_{a=0}^8 [(\bar{q}\lambda_a q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\lambda_a q)^2] \quad (3.3)$$

e

$$\mathcal{L}_6 = -K[\det_f \bar{q}(1 + \gamma_5)q + \det_f \bar{q}(1 - \gamma_5)q], \quad (3.4)$$

são os termos de interação de quatro e seis férmions respectivamente, onde  $\lambda_a$  ( $0 \leq a \leq 8$ ) são as matrizes de Gell-Mann no espaço dos sabores com  $\lambda_0 = \sqrt{2/3} \mathbf{I}_f$  proporcional a matriz unitária e normalizadas de forma que  $\lambda_a \lambda_b = 2\delta_{ab}$ .  $\mathcal{L}_6$  corresponde a interação de 't Hooft e é um determinante no espaço dos sabores, da forma

$$\det_f(\bar{q}\mathcal{O}q) = \sum_{i,j,k} \varepsilon_{ijk}(\bar{q}_u\mathcal{O}q_i)(\bar{q}_d\mathcal{O}q_j)(\bar{q}_s\mathcal{O}q_k), \quad (3.5)$$

onde  $i, j, k$  são os índices de sabor.

O modelo contém 5 parâmetros, a massa própria dos quarks  $m_u = m_d$  e  $m_s$ , as constantes de acoplamento  $G$  e  $K$ , e o cutoff no espaço dos momentos  $\Lambda$ .

### 3.1.1.1 Aproximação de Campo Médio

Em uma aproximação de Hartree, ou de campo médio, encontramos para  $\mathcal{L}_4$  e  $\mathcal{L}_6$  os seguintes resultados

$$\mathcal{L}_4 = 4G \sum_f \langle \bar{q}_f q_f \rangle \bar{q}_f q_f - 2G(\langle \bar{q}_u q_u \rangle^2 + \langle \bar{q}_d q_d \rangle^2 + \langle \bar{q}_s q_s \rangle^2) \quad (3.6)$$

e

$$\mathcal{L}_6 = -2K \sum_f \langle \bar{q}_{f+1} q_{f+1} \rangle \langle \bar{q}_{f+2} q_{f+2} \rangle \bar{q}_f q_f + 4K \langle \bar{q}_u q_u \rangle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \langle \bar{q}_s q_s \rangle, \quad (3.7)$$

a soma em  $f$  é feita sobre todos os sabores  $(1, 2, 3) = (u, d, s)$ . O condensado de quarks  $\langle \bar{q}_f q_f \rangle$  é dado por

$$\langle \bar{q}_f q_f \rangle = -iN_c \text{Tr } S_f(p), \quad (3.8)$$

onde  $S_f(p) = (\gamma^\mu p_\mu - m_f^*)^{-1}$  é o propagador do quark de sabor  $f$ ,  $N_c = 3$  é o número de cores e o traço deve ser tomado apenas nos índices de spin. Por

definição  $\langle \bar{q}_4 q_4 \rangle = \langle \bar{q}_u q_u \rangle$  e  $\langle \bar{q}_5 q_5 \rangle = \langle \bar{q}_d q_d \rangle$

Substituindo estas expressões na Equação (3.1) e rearranjando os termos obtemos a seguinte densidade lagrangiana para o modelo de NJL em uma aproximação de campo médio:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NJL}} = \sum_f \bar{q}_f [i\gamma^\mu \partial_\mu - (m_f - 4G\langle \bar{q}_f q_f \rangle + 2K\langle \bar{q}_{f+1} q_{f+1} \rangle \langle \bar{q}_{f+2} q_{f+2} \rangle)] q_f \\ - 2G \sum_f \langle \bar{q}_f q_f \rangle^2 + 4K \langle \bar{q}_u q_u \rangle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \langle \bar{q}_s q_s \rangle. \end{aligned} \quad (3.9)$$

### 3.1.2 Equações de Movimento

Resolvendo a equação de Euler-Lagrange (2.15) para a lagrangiana (3.1) em relação ao campo  $\bar{q}_f$  (para o campo  $q_f$ , encontra-se a equação conjugada) e aplicando a aproximação de campo médio, obtemos a equação de Dirac para a matéria uniforme

$$[i\gamma_\mu \partial^\mu - (m_f - 4G\langle \bar{q}_f q_f \rangle + 2K\langle \bar{q}_{f+1} q_{f+1} \rangle \langle \bar{q}_{f+2} q_{f+2} \rangle)] q_f = 0. \quad (3.10)$$

#### 3.1.2.1 Equação de Gap

O termo entre parênteses na Equação (3.10) é chamado massa constituinte dos quarks  $m^*$ ,

$$m_f^* = m_f - 4G\langle \bar{q}_f q_f \rangle + 2K\langle \bar{q}_{f+1} q_{f+1} \rangle \langle \bar{q}_{f+2} q_{f+2} \rangle. \quad (3.11)$$

A Equação (3.11) é mais conhecida como equação de gap.

Para  $T = 0$ ,  $\langle \bar{q}_f q_f \rangle$  fica

$$\langle \bar{q}_f q_f \rangle = -2N_c \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{m_f^*}{E_f^*} = -\frac{3m_f^*}{\pi^2} \int_0^{p_{Ff}} \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m_f^{*2}}} dp \theta(\Lambda - p_{Ff}), \quad (3.12)$$

onde  $p_{Ff}$  é o momento de Fermi do quark de sabor  $f$  e  $\theta$  é a função degrau.

O cutoff no espaço dos momentos  $\Lambda$  deve ser adicionado para regularizar as integrais, uma vez que o modelo de NJL não é renormalizável em  $3 + 1$  dimensões (diferentemente do modelo de Walecka).

### 3.1.2.2 Densidade de Quarks

A densidade do número de quarks de sabor  $f$ , para  $T = 0$ , é dada por

$$n_f = \langle q_f^\dagger q_f \rangle = 2N_c \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} = \frac{3}{\pi^2} \int_0^{p_{Ff}} p^2 dp \theta(\Lambda - p_{Ff}), \quad (3.13)$$

o modelo de NJL também pode ser utilizado para estudar as propriedades do vácuo e quando tanto o potencial químico quanto a densidade são zero ( $\mu = n = 0$ ). No entanto estamos tratando aqui de matéria estelar extremamente densa e portanto vamos desprezar os efeitos de vácuo do modelo em razão das outras propriedades, que são muito mais pronunciadas para as altas densidades.

### 3.1.3 Potenciais Químicos

Escrevendo a equação de Dirac (3.10) em termos da massa constituinte dos quarks  $m^*$ ,

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m_f^*)q_f = 0, \quad (3.14)$$

Assim como na Seção 2.1.3 podemos encontrar o potenciais químicos dos quarks através dos autovalores da Equação (3.14), assim,

$$\mu_f = \sqrt{p_{Ff}^2 + m_f^{*2}}, \quad (3.15)$$

é o potencial químico do quark de sabor  $f$ .

### 3.1.4 Equação de Estado

Dada a lagrangiana de campo médio em (3.9), devemos encontrar expressões para a densidade de energia e pressão a fim de obtermos a equação de estado do sistema. Para isto, utilizaremos a definição do tensor energia-momento, e a partir dele obteremos expressões para a densidade de energia e pressão.

### 3.1.4.1 Tensor Energia-Momento

Aplicando a definição do tensor energia-momento (2.28) a lagrangiana de campo médio, obtemos a seguinte expressão

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \left[ -2G \sum_f \langle \bar{q}_f q_f \rangle^2 + 4K \langle \bar{q}_u q_u \rangle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \right] + \sum_{f=1}^3 \bar{q}_f i \gamma_\mu \partial_\nu q_f. \quad (3.16)$$

Utilizando as definições de densidade de energia e pressão, em um processo análogo ao da seção 2.1.4, e lembrando que o fator de degenerescência dos quarks é dado por  $\gamma = 2N_c$ , onde  $N_c$  é o número de cores, encontramos a seguintes expressões para a densidade de energia e pressão.

### 3.1.4.2 Densidade de Energia

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{NJL}} = & - \sum_f \frac{3}{\pi^2} \int_0^{p_{Ff}} p^2 dp \sqrt{\vec{p}^2 + m_f^*} \theta(\Lambda - p_{Ff}) \\ & + 2G \sum_f \langle \bar{q}_f q_f \rangle^2 - 4K \langle \bar{q}_u q_u \rangle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \langle \bar{q}_s q_s \rangle - \epsilon_{\text{vac}}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde  $\epsilon_{\text{vac}}$  foi adicionado para assegurar que  $\epsilon = 0$  no vácuo ( $P = 0$ ).

### 3.1.4.3 Pressão

A pressão pode ser obtida da expressão

$$P_{\text{NJL}} = -\epsilon_{\text{NJL}} + \sum_f \mu_f n_f, \quad (3.18)$$

## 3.1.5 O Modelo de NJL SU(2)

O modelo de NJL, em sua forma SU(2) pode ser obtido de maneira análoga ao SU(3). Neste caso o cálculo matricial é completamente diferente, o vetor dos campos dos quarks só tem duas componentes, a matriz da massa corrente é uma matriz  $2 \times 2$  em vez de  $3 \times 3$ , e na lagrangiana no lugar das matrizes de Gell-Mann utilizamos as matrizes de Dirac ( $0 \leq a \leq 3$ ), com  $\lambda_0 = \mathbf{I}_f$ , além disso o termo de interação de seis férmions não existe portanto,

Quark	$M$	$Q$	$J_s$	$B$	$\tau_3$	$S$	$C$	$T$	$B'$
$u$	1.5 a 3.3 MeV	+2/3	1/2	1/3	+1/2	0	0	0	0
$d$	3.5 a 6.0 MeV	-1/3	1/2	1/3	-1/2	0	0	0	0
$s$	$104^{+26}_{-34}$ MeV	-1/3	1/2	1/3	0	-1	0	0	0
$c$	$1.27^{+0.07}_{-0.11}$ GeV	+2/3	1/2	1/3	0	0	+1	0	0
$t$	$4.20^{+0.17}_{-0.07}$ GeV	+2/3	1/2	1/3	0	0	0	+1	0
$b$	$171.2 \pm 2.1$ GeV	-1/3	1/2	1/3	0	0	0	0	+1

Tabela 4: Quarks.  $M$  é a massa,  $Q$  é a carga,  $J_s$  é o spin,  $B$  é o número bariônico,  $\tau_3$  é a terceira componente do isospin,  $S$  é a estranheza,  $C$  é o charme,  $T$  a superioridade e  $B'$  a inferioridade.

$K = 0$ .

Apesar de todas estas diferenças, os cálculos são muito semelhantes e podemos dizer de maneira simplificada que, para obtermos as equações do modelo de NJL SU(2) a partir das equações do modelo de NJL SU(3), devemos apenas negligenciar os termos relacionados ao quark estranho nas equações (3.11), (3.17), (3.18). Isto é, fazer  $\langle \bar{q}_s q_s \rangle = \mu_s = n_s = 0$ .

Os cálculos para o modelo de NJL SU(2) foram feitos neste trabalho a título de comparação, para que se possa observar a importância da adição do quark estranho.

### 3.1.6 Quarks

Na Tabela 4 mostramos algumas propriedades dos seis quarks  $u$  ("up- para cima),  $d$  ("down- para baixo),  $s$  ("strange- estranho),  $c$  ("charm- charmoso),  $t$  ("top- superior) e  $b$  ("bottom- inferior). O quark  $s$  introduz "strangeness"(estranheza) no sistema, quantidades semelhantes foram associadas aos outros quarks, assim, o quark  $c$  tem "charmness"(charme), quark  $b$  tem "bottomness"(inferioridade) e o quark  $t$  tem "topness"(superioridade).

### 3.1.7 Parâmetros

Os conjuntos de parâmetros do modelo de NJL utilizados neste trabalho são dados na Tabela 5.

Nas tabelas e gráficos a seguir, SU(3) representa o modelo de NJL levando em conta o quark estranho e SU(2) representa o modelo de NJL sem o quark estranho.

Os três parâmetros do modelo de NJL em sua forma SU(2) foram ajus-

tados para os valores experimentais da massa do pión  $m_\pi$ , para a constante de decaimento do pión  $f_\pi$ , e para o condensado de quarks  $\langle \bar{u}u \rangle$ . Enquanto a massa e a constante de decaimento do pión são bem determinados, existe grande incerteza na medida do condensado de quarks. Para o modelo de NJL SU(3) temos 5 observáveis bem conhecidos,  $f_\pi$ ,  $m_\pi$ , a massa do káon  $m_K$ , a massa do méson  $\eta$   $m_\eta$ , e a massa do méson  $\eta'$   $m_{\eta'}$ , e portanto podemos determinar com precisão um pouco melhor os parâmetros do modelo. No entanto, cabe notar, que em nenhum dos casos os parâmetros podem ser unicamente determinados. Os detalhes do ajuste podem ser vistos em [41-43].

	SU(2)set1	SU(2)set2	SU(3)RKH	SU(3)HK
$\Lambda[\text{MeV}]$	664.3	587.0	602.3	631.4
$G\Lambda^2$	2.06	2.44	1.835	1.835
$K\Lambda^5$	-	-	12.36	9.29
$m_{u,d}[\text{MeV}]$	5.0	5.6	5.5	5.5
$m_s[\text{MeV}]$	-	-	140.7	135.7
$m_{u,d}^*[\text{MeV}]$	300	400	367.7	335
$m_s^*[\text{MeV}]$	-	-	549.5	527
$\langle \bar{u}u \rangle^{\frac{1}{3}}[\text{MeV}]$	-250.8	-240.8	-241.9	-246.9
$\langle \bar{s}s \rangle^{\frac{1}{3}}[\text{MeV}]$	-	-	-257.7	-267.0
$\epsilon_{\text{vac}}[\text{fm}^{-4}]$	$-3.88 \times 10^{-2}$	$-2.48 \times 10^{-2}$	$-4.21 \times 10^{-2}$	$-5.02 \times 10^{-2}$
$f_\pi[\text{MeV}]$	92.4	92.4	92.4	93.0
$m_\pi[\text{MeV}]$	135.0	135.0	135.0	138
$m_K[\text{MeV}]$	-	-	497.7	496
$m_\eta[\text{MeV}]$	-	-	514.8	487
$m_{\eta'}[\text{MeV}]$	-	-	957.8	958

Tabela 5: Conjuntos de parâmetros para os modelos de NJL SU(2) e SU(3).  $m^*$  é a massa efetiva no vácuo,  $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle$  e  $\epsilon_0$  é a constante que garante que  $\epsilon$  é zero no vácuo ( $P = 0$ ).

### 3.2 MATÉRIA QUARKIÔNICAS

Assim como na Seção 2.4, para a matéria quarkiônica devemos impor também a estabilidade- $\beta$  e a neutralidade de cargas. Novamente vamos considerar que o potencial químico dos neutrinos é zero.

### 3.2.1 Equilíbrio Químico

Dada a reação (2.58), podemos analisá-la ao nível dos quarks, de forma que ela se resume a

$$udd \leftrightarrow uud + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (3.19)$$

pensando nos potenciais químicos, e lembrando que o potencial químico dos neutrinos é zero, temos então

$$\mu_d \leftrightarrow \mu_u + \mu_{e^-}, \quad (3.20)$$

e da Equação 2.56 podemos inferir que, lembrando que  $K^0$  decai em raios  $\gamma$ ,

$$\mu_s = \mu_d. \quad (3.21)$$

Assim as relações entre os potenciais químicos das diferentes partículas é

$$\mu_s = \mu_d = \mu_u + \mu_{e^-}, \quad \mu_{e^-} = \mu_{\mu^-}. \quad (3.22)$$

### 3.2.2 Neutralidade de Cargas Elétricas

Para a neutralidade local de cargas devemos ter a seguinte relação entre as densidades de partículas

$$n_{e^-} + n_{\mu^-} = \frac{1}{3}(2n_u - n_d - n_s). \quad (3.23)$$

### 3.2.3 Resultados

A Figura 3 mostra o gráfico da densidade de energia versus pressão, ou equação de estado, para a matéria quarkônica (MQ). Ele é obtido resolvendo as equações para energia e pressão

$$\mathcal{E}_{MQ} = \mathcal{E}_{NJL} + \mathcal{E}_l \quad (3.24)$$

e

$$P_{MQ} = P_{NJL} + P_l, \quad (3.25)$$

respeitando as relações entre os potenciais químicos e densidades dos quarks e léptons que asseguram o equilíbrio químico e a neutralidade de cargas.



A variação nas curvas do modelo SU(3) é devido ao aparecimento do quark estranho.

As relações massa-raio, das estrelas quarkiônicas são apresentados na Figura 4 e Tabela 6, eles foram obtidos através da solução das equações de TOV para para as equações de estado apresentadas na Figura 3. Na Tabela 6 mostramos para a máxima massa gravitacional possível  $M_{\max}$ , a massa bariônica  $M_{b\max}$ , o raio  $R$  e a densidade de energia no centro da estrela  $\varepsilon_0$ . Como pode-se notar as estrelas construídas com os modelos SU(2)set2 e SU(3)RKH são estrelas de baixa massa, possuindo uma massa gravitacional menor do que  $1.4 M_{\odot}$ . Elas possuem uma massa bariônica menor do que a máxima gravitacional e portanto sua energia de ligação gravitacional  $E_g$  possui sinal trocado em relação as outras estrelas deste trabalho, ou seja, a massa do número equivalente de nucleons que constituem a estrela disperso no infinito é menor do que sua energia gravitacional. Isto não significa que estas estrelas de baixa massa, caso formadas, são instáveis, apenas que sua formação por compactação não libera energia para abastecer a supernova.

A comparação com resultados experimentais é feita através das três linhas de redshift que impõem restrições para a razão massa-raio que foram explicadas na Seção 2.4.3.

As estrelas quarkiônicas não possuem crosta, pois elas não estão ligadas pela atração gravitacional e sim pela força forte, por isso a diferença tão grande entre as Figuras 2 e 4 para as massas mais baixas. A crosta rarefeita das estrelas hadrônicas faz com que a densidade de partículas vá a zero quando a pressão vai a zero, enquanto para as estrelas quarkiônicas, por não terem uma crosta, a densidade assume um valor finito quando a pressão vai a zero.

Modelo	$M_{\max}$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_{b\max}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R$ [Km]	$\varepsilon_0$ [ $fm^{-4}$ ]
SU(2)set1	1.827	2.096	12.114	6.547
SU(2)set2	1.289	1.247	7.159	12.699
SU(3)RKH	1.230	1.224	7.996	8.375
SU(3)HK	1.446	1.520	8.881	7.697

Tabela 6: Perfis estelares para as estrelas quarkiônicas. Máxima massa gravitacional  $M_{\max}$ , massa bariônica  $M_{b\max}$  e raio  $R$ .  $\varepsilon_0$  é densidade central de energia.

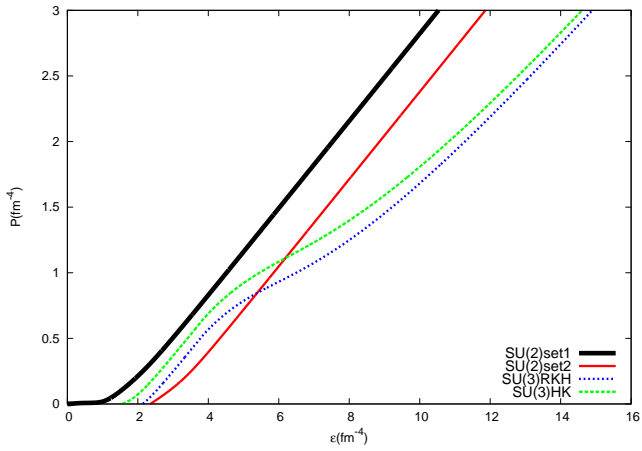


Figura 3: Equação de estado para as estrelas quarkiônicas com e sem matéria estranha.

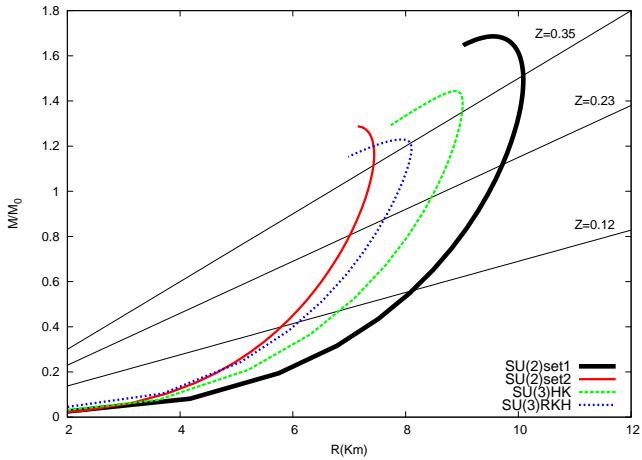


Figura 4: Relação massa-raio para as estrelas quarkiônicas com e sem matéria estranha.

## 4 ESTRELAS HÍBRIDAS

Estrelas híbridas são objetos compactos que contém uma transição de fase da matéria hadrônica para a matéria quarkiônica em seu interior. Para a fase de hádrons utilizaremos as equações de estado apresentadas na Seção 2.4.3 para a matéria hadrônica e para a fase quarks utilizaremos as equações de estado da Seção 3.2.3. Consideraremos duas possibilidades para a transição de fase, em uma a transição será suave seguindo as condições de Gibbs para coexistência de fases, e portanto a estrela conterá em seu interior uma fase mista, constituída por hádrons e quarks desconfinados. Na outra possibilidade, utilizaremos a construção de Maxwell e a transição de fase será abrupta ou seja as fases de quarks e de hádrons vão estar em contato direto.

A transição de fase entre a matéria hadrônica e quarkiônica é um exercício teórico plausível para as estrelas de nêutrons devido as altas energias, pressões e densidades presentes em seus núcleos.

### 4.1 ESTRELAS HÍBRIDAS COM FASE MISTA

A seguir construiremos uma fase mista constituída por hádrons e quarks, a qual interpola entre a fase de hádrons (FH) e a fase de quarks (FQ). Na fase mista a neutralidade de cargas não é imposta localmente e sim globalmente. Isto significa que as fases hadrônica e quarkiônica não são neutras separadamente. Ao invés disto, o sistema prefere rearranjar-se de forma que

$$\chi \rho_c^{FQ} + (1 - \chi) \rho_c^{FH} + \rho_c^l = 0, \quad (4.1)$$

onde  $\rho_c^{Fi}$  é densidade de cargas da fase  $i$ ,  $\chi$  é o fração de volume ocupada pela fase de quarks, e  $\rho_c^l$  é a densidade de carga elétrica dos léptons. De acordo com as condições de Gibbs para coexistência de fase, o potencial químico do nêutron, do elétron e a pressão tem de ser idênticos em ambas as fases, i.e.,

$$\mu_n^{FH} = \mu_n^{FQ}, \quad \mu_{e^-}^{FH} = \mu_{e^-}^{FQ} \quad \text{e} \quad P^{FH} = P^{FQ}, \quad (4.2)$$

onde a densidade de nêutrons na fase de quarks é obtida por

$$\mu_n = \mu_u + 2\mu_d, \quad (4.3)$$

para implementarmos as duas fases em um único código, devemos reescrever o potencial químico dos quarks em termos do potencial químico do nêutron e

do elétron, assim

$$\mu_u = (\mu_n - 2\mu_{e^-})/3, \quad \mu_d = \mu_s = (\mu_n + \mu_{e^-})/3. \quad (4.4)$$

Como consequência a densidade de energia, a pressão e a densidade total de bárions ficam:

$$\langle \epsilon \rangle = \chi \epsilon^{FQ} + (1 - \chi) \epsilon^{FH} + \epsilon^l, \quad (4.5)$$

$$\langle P \rangle = \chi P^{FQ} + (1 - \chi) P^{FH} + P^l \quad (4.6)$$

e

$$\langle n_B \rangle = \chi n_B^{FQ} + (1 - \chi) n_B^{FH}, \quad (4.7)$$

onde a densidade total de bárions é definida para a fase de hádrons por

$$n_B^{FH} = \sum_i n_i, \quad (4.8)$$

e por

$$n_B^{FQ} = \sum_f \frac{n_f}{3}, \quad (4.9)$$

para a fase de quarks.

#### 4.1.1 Resultados

Na Figura 5 mostramos as equações de estado das estrelas híbridas com fase mista. Elas foram construídas pela superposição das equações de estado da matéria hadrônicas e quarkiônicas, mais a equação de estado para a fase mista.

Na Figura 6 e na Tabela 7 os resultados estelares para as estrelas híbridas com fase mista são apresentados, bem como as comparações com os resultados experimentais.

Devido ao fato das estrelas híbridas conterem matéria hadrônica, mais uma vez devemos adicionar a crosta das estrelas às equações de estado. Faremos isso novamente através da equação de estado BPS [40].

Na Tabela 7 além de, como antes, mostrar a densidade de energia no centro da estrela  $\epsilon_0$ , apresentamos também  $\epsilon_{\min}$  que é a densidade de energia do fim da fase de hádrons e início da fase mista e  $\epsilon_{\max}$  que é a densidade de energia do fim da fase mista e início da fase de quarks.

Modelo	$M_{\max}$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_{b\max}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R$ [Km]	$\varepsilon_0$ [ $fm^{-4}$ ]	$\varepsilon_{\min}$ [ $fm^{-4}$ ]	$\varepsilon_{\max}$ [ $fm^{-4}$ ]
GM1nhxSU(3)RKH com f.m.	1.945	2.242	12.568	4.979	3.454	7.797
GM1nhxSU(3)HK com f.m.	1.909	2.192	12.666	4.876	2.357	5.023
GM3nhxSU(3)RKH com f.m.	1.704	1.938	11.176	6.820	5.424	13.437
GM3nhxSU(3)HK com f.m.	1.700	1.934	11.198	6.772	4.772	12.797

Tabela 7: Perfis estelares das estrelas híbridas com fase mista. Máxima massa gravitacional  $M_{\max}$ , massa bariônica  $M_{b\max}$  e raio  $R$ .  $\varepsilon_0$  é densidade central de energia,  $\varepsilon_{\min}$  é a densidade de energia do fim da fase de hádrons e início da fase mista,  $\varepsilon_{\max}$  é a densidade de energia do fim da fase mista e início da fase de quarks.

## 4.2 ESTRELAS HÍBRIDAS SEM FASE MISTA

Muito mais simples que o caso anterior, precisamos apenas encontrar o ponto aonde

$$\mu_n^{FH} = \mu_n^{FQ} \quad \text{e} \quad P^{FH} = P^{FQ}, \quad (4.10)$$

e então construir a equação de estado. Neste caso, o potencial químico do elétron sofre uma descontinuidade quando passa da matéria hadrônica para a matéria quarkônica como era esperado devido ao uso da construção de Maxwell.

### 4.2.1 Resultados

Nas Figuras 7 e 8 podemos observar as equações de estado para as estrelas híbridas sem fase mista, o plateau mostra uma clara transição de fase entre a matéria hadrônica e quarkônica. Na Figura 7 temos as equações de estado para o modelo de NJL SU(3) que contém o quark estranho e na Figura 8 temos o modelo de NJL em sua forma SU(2) e portanto sem o quark estranho. As equações de estado da Figura 8 foram construídas para que possamos observar a importância do quark- $s$  e as diferenças entre a matéria comum e a matéria estranha. Sempre que o quark estranho aparece na fase de quarks da estrela, temos híperons na fase de hádrons correspondente. Quando o modelo possui apenas quarks  $u$  e  $d$  na fase de quarks, a fase de hádrons contém apenas nucleons.

Nas Figuras 9, 10, e na Tabela 8 temos os perfis estelares para as estrelas híbridas sem fase mista e as comparações com as restrições experimentais.

Na Tabela 8 mostramos a densidade de energia no centro da estrela  $\varepsilon_0$ ,

$\epsilon_{\max}$  é a densidade de energia do fim da fase de hádrons e início da transição de fase, e  $\epsilon_{\max}$  é a densidade de energia do fim da transição de fase e início da fase de quarks. A diferença entre as densidades de energia do início da fase de quarks e do fim da fase de hádrons. Caso a densidade central de energia da estrela híbrida sem fase mista resida na transição de fase, então é dito que o modelo não tem energia suficiente para completar a transição de fase e portanto a estrela não é estável.

A crosta das estrelas mais uma vez foi adicionada através da equação de estado BPS [40].

Modelo	$M_{\max}$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_{b\max}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R$ [Km]	$\epsilon_0$ [ $fm^{-4}$ ]	$\epsilon_{\min}$ [ $fm^{-4}$ ]	$\epsilon_{\max}$ [ $fm^{-4}$ ]
GM1n $\times$ SU(2)set1 sem f.m.	1.835	2.108	11.259	6.464	0.986	1.241
GM1n $\times$ SU(2)set2 sem f.m.	2.227	2.638	13.085	4.810	3.234	5.689
GM1nh $\times$ SU(3)RKH sem f.m.	1.970	2.276	12.542	6.615	4.221	6.607
GM1nh $\times$ SU(3)HK sem f.m.	1.906	2.189	12.821	4.538	3.384	4.000
GM3n $\times$ SU(2)set1 sem f.m.	1.836	2.110	11.287	6.464	1.117	1.303
GM3n $\times$ SU(2)set2 sem f.m.	2.018	2.381	11.484	8.300	5.439	8.295
GM3nh $\times$ SU(3)RKH sem f.m.	1.710	1.946	10.977	7.161	8.044	11.895
GM3nh $\times$ SU(3)HK sem f.m.	1.710	1.946	10.972	7.179	7.801	11.119

Tabela 8: Perfis estelares das estrelas híbridas sem fase mista. Máxima massa gravitacional  $M_{\max}$ , massa bariônica  $M_{b\max}$  e raio  $R$ .  $\epsilon_0$  é densidade central de energia,  $\epsilon_{\min}$  é a densidade de energia do fim da fase de hádrons e início da transição de fase  $\epsilon_{\max}$  é a densidade de energia do fim da transição de fase e início da fase de quarks.

#### 4.3 DISCUSSÃO

Na Tabela 9 mostramos todos os perfis estelares, que já haviam sido apresentados anteriormente, em uma única tabela para podermos comparar e compreender melhor os resultados obtidos.

Como podemos observar, para a matéria estranha (quark-*s*) os resultados estelares dependem basicamente da escolha entre a parametrização GM1 ou GM3 para a fase de hádrons, sendo que GM1 sempre produz estrelas com maior massa máxima e raio que GM3. No caso da matéria sem estranheza temos estrelas quase que puramente quarkiônicas para as combinações com a parametrização SU(2)set1 e estrelas quase puramente hadrônicas para as combinações com a parametrização SU(2)set2. Os perfis estelares GM1n $\times$ SU(2)set1 e GM3n $\times$ SU(2)set1 são quase idênticos, como pode ser melhor observado nas Figuras 8 e 10.

Podemos notar também que GM1 produz uma fase de quarks muito mais larga, tanto para a construção de Maxwell quanto para a de Gibbs, enquanto GM3 produz uma fase mista muito mais larga, quando ela existe. Essas duas considerações são completamente independentes da escolha da parametrização para a fase de quarks, o que significa que a largura de cada fase é ditada pela escolha da parametrização da fase de hádrons, pelo menos para os modelos aqui estudados.

As estrelas híbridas sem fase mista construídas com os modelos  $GM3n-h \times SU(3)RKH$  e  $GM3nh \times SU(3)HK$ , não são de fato estrelas híbridas e sim estrelas hadrônicas, pois, a densidade de energia em seus núcleos não é grande o suficiente para gerar a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria quarkônica. A estrela híbrida sem fase mista construída com a parametrização  $GM1n \times SU(2)_{set2}$ , não é estável, pois sua densidade central de energia cai dentro da densidade de energia da transição de fase.

Analizando os resultados da Tabela 9 e baseado na precisão de nossos cálculos e na dificuldade experimental da medida dos raios das estrelas de nêutrons, é justo dizer que o método utilizado na construção da equação de estado, i.e., o uso da mais rigorosa condição de Gibbs ou o simples uso da construção de Maxwell produz resultados praticamente indistinguíveis para as massas gravitacionais e raios.

Estrela	Modelo	$M_{\text{max}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$M_{b\text{max}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R$ [Km]	$\varepsilon_0$ [ $fm^{-4}$ ]	$\varepsilon_{\text{min}}$ [ $fm^{-4}$ ]	$\varepsilon_{\text{max}}$ [ $fm^{-4}$ ]
Quarkiônica	SU(2)set1	1.827	2.096	12.114	6.547	-	-
Quarkiônica	SU(2)set2	1.289	1.247	7.159	12.699	-	-
Quarkiônica	SU(3)RKH	1.230	1.224	7.996	8.375	-	-
Quarkiônica	SU(3)HK	1.446	1.520	8.881	7.697	-	-
Hadrônica	GM1n	2.390	2.892	11.992	5.595	-	-
Hadrônica	GM1nh	2.006	2.325	11.851	5.908	-	-
Híbr. s/ f.m.	GM1n×SU(2)set1	1.835	2.108	11.259	6.464	0.986	1.241
Híbr. s/ f.m.	GM1n×SU(2)set2	2.227	2.638	13.085	4.810	3.234	5.689
Híbr. s/ f.m.	GM1nh×SU(3)RKH	1.970	2.276	12.542	6.615	4.221	6.607
Híbr. s/ f.m.	GM1nh×SU(3)HK	1.906	2.189	12.821	4.538	3.384	4.000
Híbr. c/ f.m.	GM1nh×SU(3)RKH	1.945	2.242	12.568	4.979	3.454	7.797
Híbr. c/ f.m.	GM1nh×SU(3)HK	1.909	2.192	12.666	4.876	2.357	5.023
Hadrônica	GM3n	2.042	2.421	10.933	7.048	-	-
Hadrônica	GM3nh	1.710	1.946	10.980	7.151	-	-
Híbr. s/ f.m.	GM3n×SU(2)set1	1.836	2.110	11.287	6.464	1.117	1.303
Híbr. s/ f.m.	GM3n×SU(2)set2	2.018	2.381	11.484	8.300	5.439	8.295
Híbr. s/ f.m.	GM3nh×SU(3)RKH	1.710	1.946	10.977	7.161	8.044	11.895
Híbr. s/ f.m.	GM3nh×SU(3)HK	1.710	1.946	10.972	7.179	7.801	11.119
Híbr. c/ f.m.	GM3nh×SU(3)RKH	1.704	1.938	11.176	6.820	5.424	13.437
Híbr. c/ f.m.	GM3nh×SU(3)HK	1.700	1.934	11.198	6.772	4.772	12.797

Tabela 9: Perfis estelares. Máxima massa gravitacional  $M_{\text{max}}$ , massa bariônica  $M_{b\text{max}}$  e raio  $R$ .  $\varepsilon_0$  é densidade central de energia,  $\varepsilon_{\text{min}}$  é a densidade de energia do fim da fase de hádrons e início da fase mista para as estrelas híbridas com fase mista ou início da transição de fase para as estrelas híbridas sem fase mista, e  $\varepsilon_{\text{max}}$  é a densidade de energia do início da fase de quarks e fim da fase mista para as estrelas híbridas com fase mista ou fim da transição de fase para as estrelas híbridas sem fase mista.



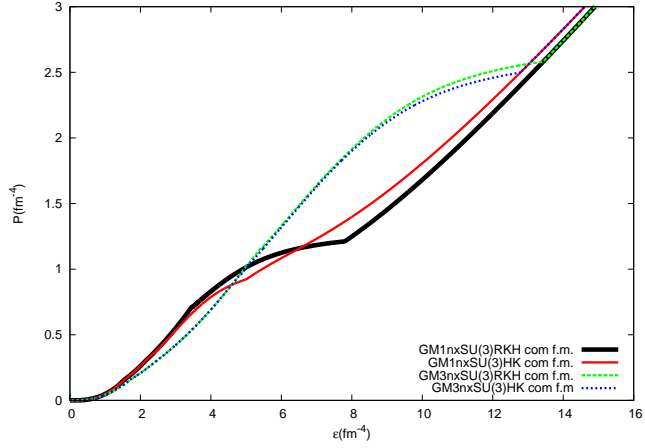


Figura 5: Equação de estado para as estrelas híbridas com fase mista.

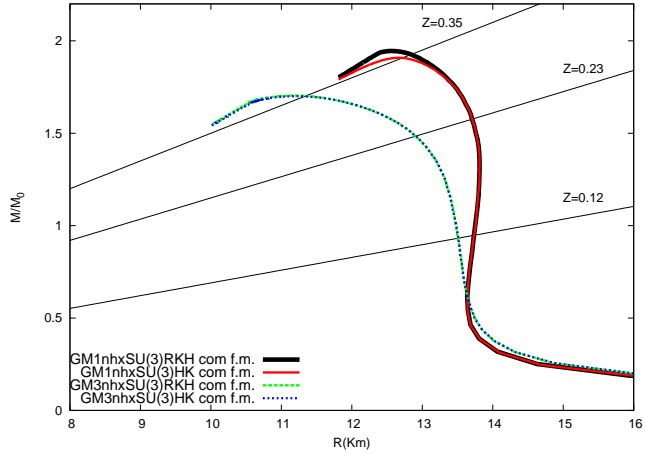


Figura 6: Relação massa-raio para as estrelas híbridas com fase mista.

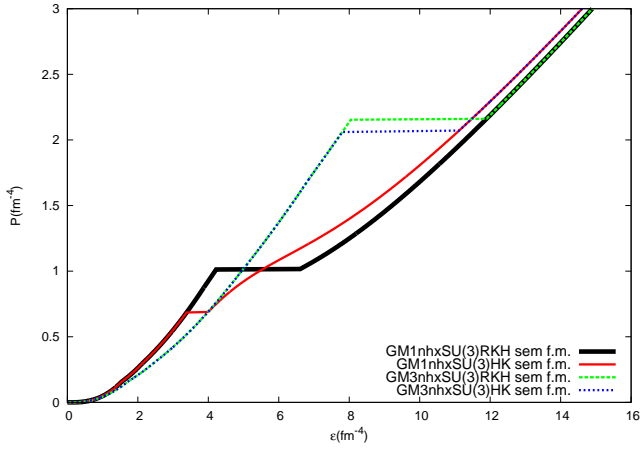


Figura 7: Equação de estado para as estrelas híbridas sem fase mista com matéria estranha.

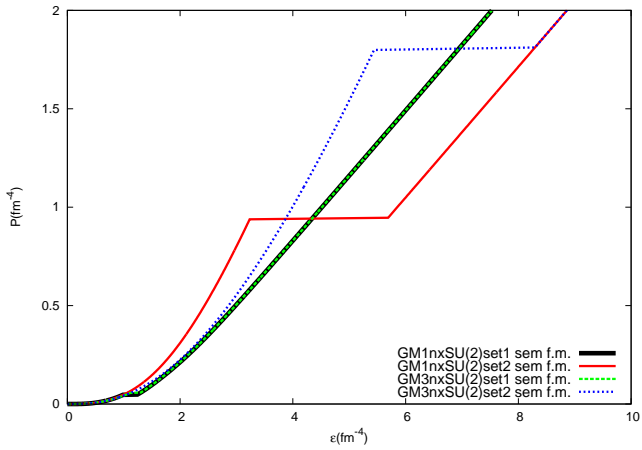


Figura 8: Equação de estado para as estrelas híbridas sem fase mista sem matéria estranha.

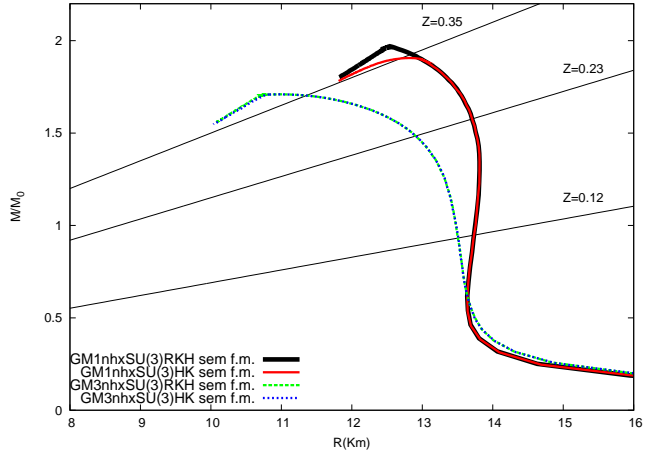


Figura 9: Relação massa-raio para as estrelas híbridas sem fase mista com matéria estranha.

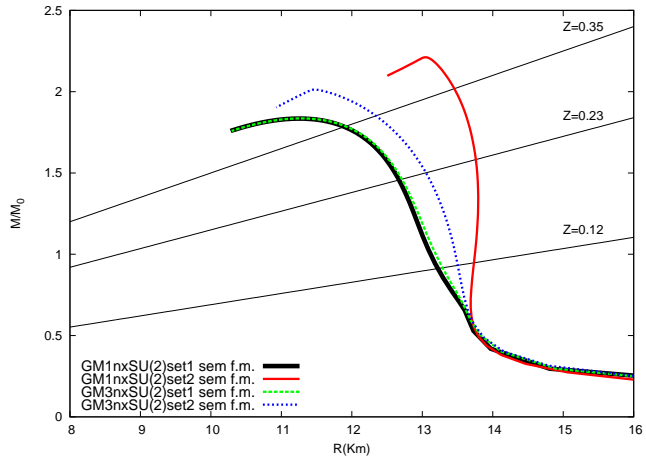


Figura 10: Relação massa-raio para as estrelas híbridas sem fase mista sem matéria estranha.



## 5 CONCLUSÃO

No capítulo 1 apresentamos uma pequena introdução as estrelas de nêutrons assim como as motivações para a realização deste trabalho. No capítulo 2 o modelo de Walecka não-linear (WNL) foi introduzido, e os resultados para as estrelas hadrônicas foram obtidos. No capítulo 3 o modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) foi apresentado, e os resultados para as estrelas quarkônicas foram obtidos. No capítulo 4 construímos, com base nas estrelas puras, as estrelas híbridas em suas duas versões, com e sem fase mista, e discutimos os resultados.

Supondo que estrelas híbridas são possíveis remanescentes de explosões de supernova, sua constituição se torna importante apenas se suas quantidades macroscópicas puderem ser comparadas com observações astronômicas. Enquanto alguns cálculos praticamente excluem a existência de estrelas híbridas [44] favorecendo estrelas de quarks, outros excluem as estrelas de quarks em favor das estrelas híbridas [7]. Todas estas conclusões são obviamente dependentes dos modelos utilizados e foram conseguidas com o uso do modelo de sacola do MIT para descrever a fase de quarks.

Estrelas híbridas possuem uma fase de hádrons descrita neste trabalho pelo modelo de Walecka não-linear (WNL) [26] e uma fase de quarks. Ao invés de utilizarmos o usual modelo de sacola do MIT [34] para a construção da fase de quarks, optamos por usar o modelo de NJL [27,28] para checar alguns dos resultados anteriores sobre a existência da fase mista dentro das estrelas híbridas.

Se a fase de hádrons é constituída de prótons e nêutrons, a correspondente fase de quarks possui apenas quarks  $u$  e  $d$  e a versão SU(2) do modelo de NJL é usada. Se o octeto bariônico é possível na fase de hádrons, os quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  estão presentes na fase de quarks que, por sua vez, é descrita pelo modelo de NJL SU(3).

Concluímos que os resultados são muito dependentes do modelo utilizado, como era esperado. A possibilidade de uma fase de quarks é praticamente excluída. Nossos cálculos sugerem que estrelas de nêutrons estáveis são ou puramente hadrônicas ou carregam uma fase mista em seu interior.

Com respeito a existência da fase mista, podemos ver que os resultados estelares dependem muito pouco da escolha entre as construção de Maxwell ou de Gibbs. Portanto, é razoável dizer que a construção de Maxwell dá resultados satisfatórios, apesar de não obedecer as leis termodinâmicas padrões para a coexistência de fase em sistemas com potenciais químicos independentes.

Os efeitos da supercondutividade de cor estão fora do âmbito deste

trabalho, porém é importante ressaltar que ele pode desempenhar um importante papel na descrição da matéria nas estrelas de nêutrons [41]. A fase de cor-sabor-travado (CFL) pode tornar-se em uma fase supercondutora (2SC) antes da matéria ser hadronizada, o que pode ser verificado quando lemos o diagrama de fase da QCD das altas para as baixas densidades (observem as figuras em [41,45], por exemplo). Esta transição descontínua entre as fases CFL e 2SC na presença de massas realísticas para o quark estranho certamente afeta a descrição das estrelas híbridas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] N.K. Glendenning, Compact Stars, Springer-Verlag, New-York, 2000.
- [2] D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. C **68**, 035804 (2003).
- [3] D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. C **70**, 058801 (2004).
- [4] D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. C **69**, 045801 (2004).
- [5] J. Schaffner-Bielich, J. Phys. G **31**, S651 (2005).
- [6] G. Pagliara and J. Schaffner-Bielich, Phys. Rev. D **77** (2008) 063004.
- [7] G. Lugones and I. Bombaci, Phys. Rev. D **72** (2005). 065021.
- [8] G. Lugones et al. Phys. Rev D **80** (2009) 045017.
- [9] M. Prakash, I. Bombaci, P.J. Ellis, J.M. Lattimer and R. Knorren, Phys. Rep. **280**, 1 (1997).
- [10] R.C. Tolman, Phys. Rev. **55** (1939) 364.
- [11] J.R. Oppenheimer and G.M. Volkoff, Phys. Rev. **55** (1939) 374.
- [12] A.L. Espíndola and D.P. Menezes, Phys. Rev. C **65**, 045803 (2002).
- [13] A.M.S. Santos and D.P. Menezes, Phys. Rev. C **69**, 045803 (2004).
- [14] R. Cavagnoli and D.P. Menezes, Braz. J. Phys. B **35**, 869 (2005).
- [15] D.P. Menezes and D.B. Melrose, Publ. Astr. Soc. Aust. **22**, 292 (2005).
- [16] D.P. Menezes, C. Providência and D.B. Melrose, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **32**, 1981 (2006).
- [17] K. Schertler et al., Phys. Rev. C **60** (1999) 025801.
- [18] M. Baldo et al., Phys. Lett. B **562** (2003) 153.
- [19] I.A. Shovkovy et al., Phys. Rev. D **67** (2003) 103004.
- [20] M. Buballa et al., Phys. Lett. B **595** (2004) 36.
- [21] T. Kahn et al., Phys. Lett. B **654** (2007) 170.
- [22] A. Steiner et al., Phys. Lett. B **486** (2000) 239.

- [23] F. Yang and H. Shen, Phys. Rev. C **77**, 025801 (2008).
- [24] I. Bombaci, D. Logoteta, P.K. Panda, C. Providência, and I. Vidana, Phys. Lett. B **680**, 448 (2009).
- [25] B.W. Mintz, E.S. Fraga, G. Pagliara and J. Schaffner-Bielich, Phys. Rev. D **81**, 123012 (2010).
- [26] B. Serot and J.D. Walecka, *Advances in Nuclear Physics* **16**, Plenum-Press, (1986) 1.
- [27] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).
- [28] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **124**, 246 (1961).
- [29] T. Maruyama et al. Phys. Rev. D **76** (2007) 123015
- [30] D.N. Voskresensky, M. Yasuhira and T. Tatsumi, Phys. Lett. B **541**, 93 (2002).
- [31] N. Yasutake and K. Kashiwa, Phys. Rev. D **79**, 043012 (2009).
- [32] T. Tatsumi, M. Yasuhira and D.N. Voskresensky, Nucl. Phys. A **718** (2003) 359c.
- [33] D.N. Voskresensky, M. Yasuhira and T. Tatsumi, Nucl. Phys. A **723** 291 (2003).
- [34] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorne and V.F. Weisskopf, Phys. Rev. D **9**, 3471 (1974).
- [35] N.K. Glendenning, Astrphys. J. **293**, 470 (1985).
- [36] N.K. Glendenning, S.A. Moszkowski, Phys. Rev. Lett. **67**, 2414 (1991).
- [37] J. Cottam, F. Paerels, and M. Mendez, Nature **420**, 51 (2002).
- [38] J. Cottam, et al, arXiv:0709.4062v1 [astro-ph].
- [39] D. Sanwal, G.G. Pavlov, V.E. Zavlin, and M.A. Teter, Astrophys. J. Lett. **574**, L61 (2002).
- [40] G. Baym, C. Pethick and Sutherland, Astrophys. J. (**170**), 299 (1971).
- [41] M. Buballa, Phys. Rep. **407** (2005) 205.
- [42] P. Rehberg, S.P. Klevansky, and J. Hüfner, Phys. Rev. C **53** (1996) 410.



- [43] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rep. 247 (1994) 221.
- [44] Y.B. Ivanov, A.S. Khvorostukhin, E.E. Kolomeitsev, V.V. Skokov, V.D. Toneev and D.N. Voskresensky, Phys. Rev. C **72**, 025804 (2005).
- [45] D.P. Menezes, D.B. Melrose, C. Providência and K. Wu, Phys. Rev. C **73**, 025806 (2006).
- [46] S. Schramm and V.A. Dexheimer, Int. J. Mod. Phys. D 19, 1455 (2010). Phys. D.



## **APÊNDICE A – Convenções**



Tensor métrico:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Coordenadas contravariantes de um quadrivetor:

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3, x^4) = (t, x, y, z) = (t, \vec{x}). \quad (\text{A.2})$$

Coordenadas covariantes:

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = (x_0, -x_1, -x_2, -x_3) = (t, -x, -y, -z) = (t, -\vec{x}). \quad (\text{A.3})$$

Produto escalar entre quadrivetores:

$$A_\mu B^\mu = A_\mu g^{\mu\nu} B_\nu = A_0 B_0 - A_1 B_1 - A_2 B_2 - A_3 B_3 = A_0 B_0 - \vec{A} \cdot \vec{B}. \quad (\text{A.4})$$

Derivada contravariante e covariante:

$$\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\nu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right), \quad (\text{A.5})$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\nu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right), \quad (\text{A.6})$$

onde

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right). \quad (\text{A.7})$$

Quadridivergência:

$$\partial^\mu A_\mu = \frac{\partial A_0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A}, \quad (\text{A.8})$$

$$\partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (\text{A.9})$$

Matrizes de Pauli:

$$\sigma_1 = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

$$\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3). \quad (\text{A.11})$$

Matrizes de Dirac:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix}_{4 \times 4}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, \quad (\text{A.12})$$

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}), \quad \gamma_\mu = (\gamma_0, -\vec{\gamma}), \quad (\text{A.13})$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.14})$$